Cuentos Matemáticos
Parametrizando mundos de fantasía
Parametric fantastic worlds

Patricia Minguito y Ascensión Moratalla

Revista de Investigación

Volumen VII, Número 1, pp. 181–192, ISSN 2174-0410
Recepción: 1 Sep'16; Aceptación: 1 Mar'17

1 de abril de 2017

Resumen

Este cuento ilustrado es una muestra de cómo la modelización matemática de superficies es una herramienta de gran interés pedagógico por las posibilidades que ofrece de fomentar la creatividad.

Palabras Clave: Matemáticas, superficies, curvas, parametrización, creatividad.

Abstract

This illustrated story shows how mathematic parametrization of surfaces can be a very interesting pedagogical tool, that offers lots of possibilities to develop students' creativity.

Keywords: Mathematics, surfaces, curves, parametrization, creativity.

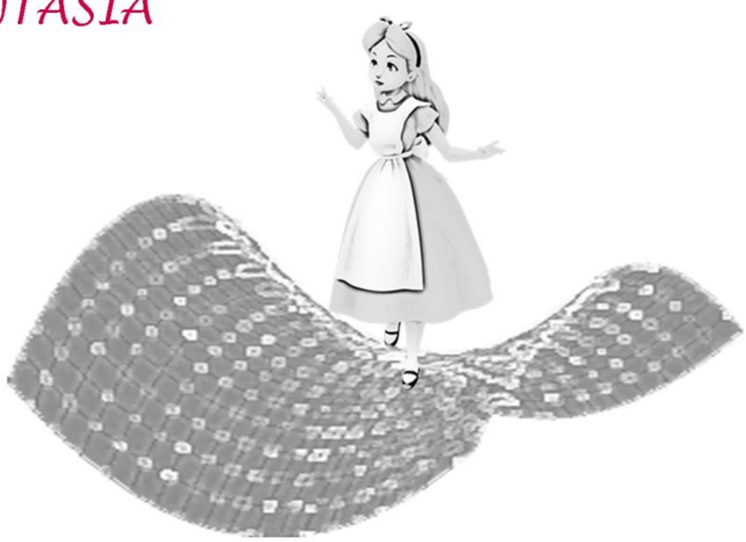
1. Introducción

El cuento ilustrado que presentamos es consecuencia del trabajo desarrollado por la alumna Patricia Minguito en la asignatura de Curvas y Superficies de la ETS de Arquitectura de la Universidad Politécnica de Madrid, correspondiente al segundo curso del grado Fundamentos de la Arquitectura.

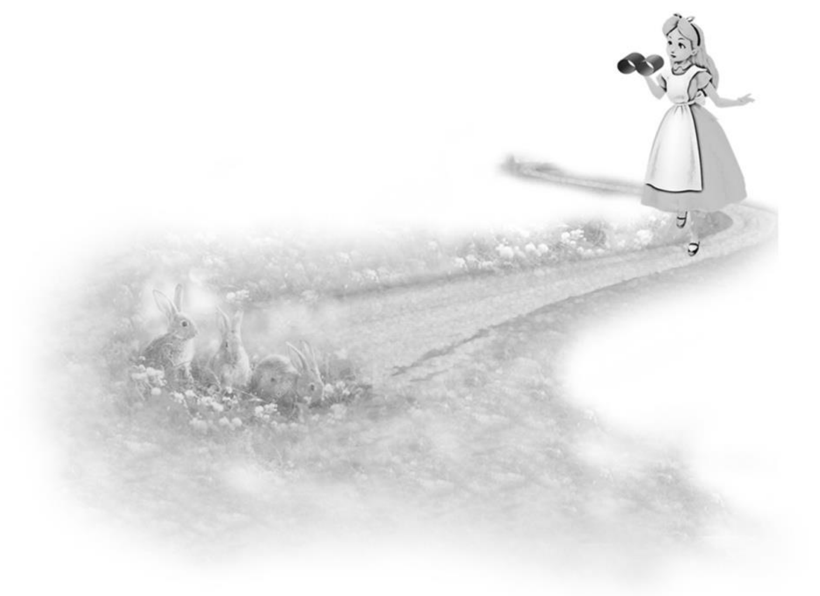
Siguiendo las pautas que nos hemos marcado en el grupo de Innovación Educativa de la UPM Didáctica de las Matemáticas y de acuerdo a un sistema educativo basado en los principios de Bolonia y centrado en el aprendizaje por competencias, encontramos en la modelización matemática de superficies, una herramienta de gran interés pedagógico dentro de la enseñanza de la geometría de curvas y superficies, ya que permite desarrollar la creatividad de los alumnos a la vez que ayuda a comprender los conceptos geométricos intrínsecos a cada superficie. A lo largo del curso se modelizan numerosos ejemplos arquitectónicos y se abre la puerta a la experimentación.

2. El cuento

Parametrizando Mundos de Fantasía

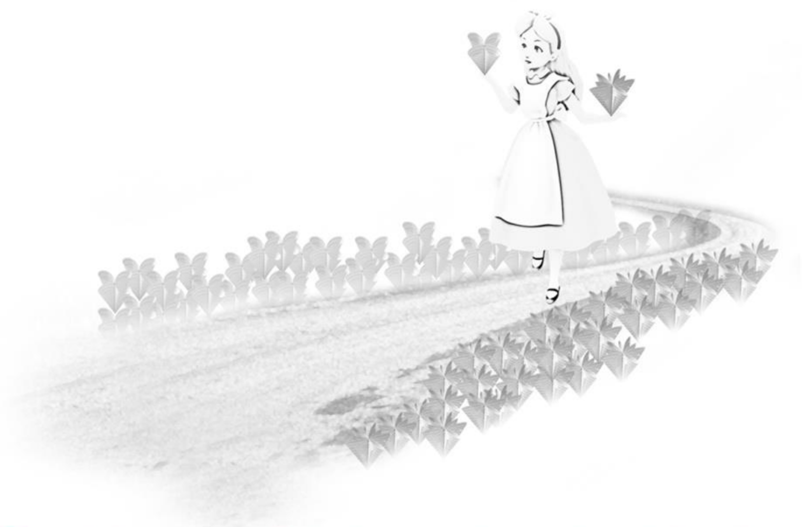


EN EL PAÍS ILUMINADO POR LA LUZ DEL SOL, ALICIA ENCONTRÓ UN PARASOL.

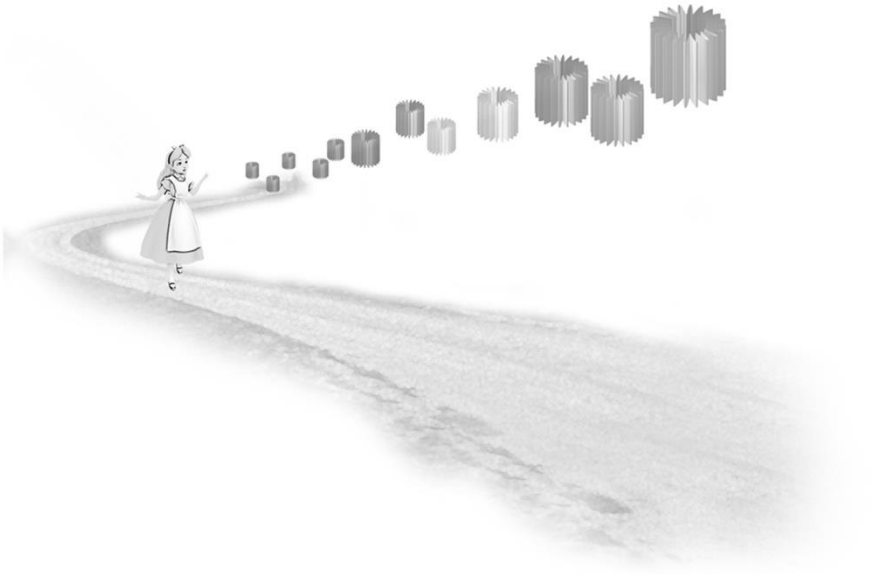


CON UNOS PRISMÁTICOS DESCUBRIÓ UNAS CRIATURAS LLENAS DE ILUSIÓN.

A TRAVÉS DEL TÚNEL CORAZÓN, ALICIA APARECIÓ EN UNA NUEVA REGIÓN.

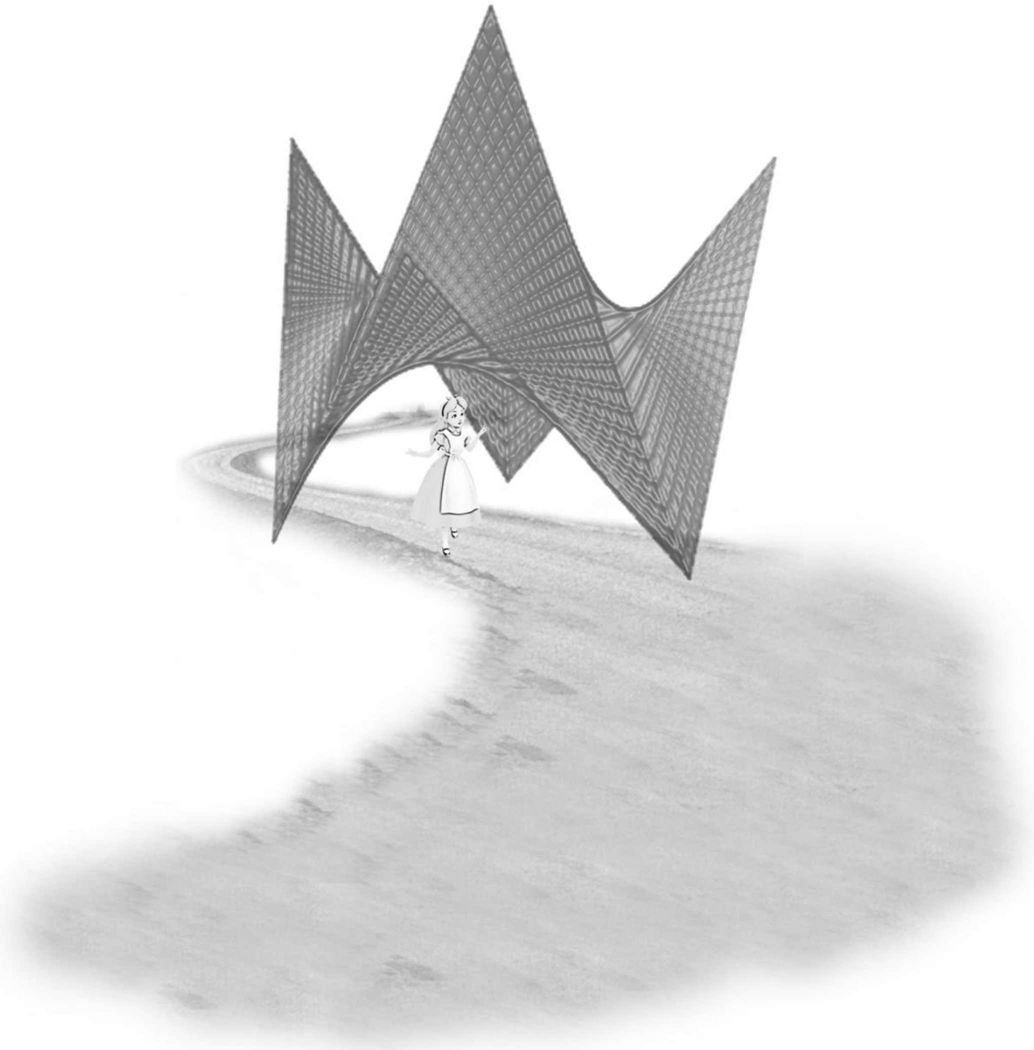


EN PRIMAVERA RECORRIÓ UN SENDERO DE FLORES CON GRAN EMOCIÓN.



LOS FAROLILLOS VOLADORES GUIARON A ALICIA EN UNA NUEVA DIRECCIÓN.

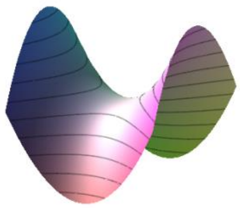
LAS MARIPOSAS DE LA ENSOÑACIÓN LA ACOMPAÑARON DURANTE ESTA ILUSIÓN.



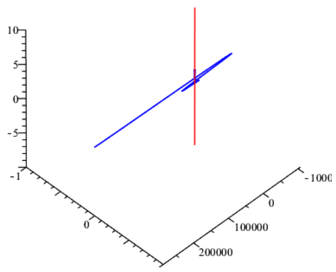
AL FINALIZAR ESTE VIAJE ENCANTADOR,
ALICIA DESCUBRIÓ LA PARAMETRIZACIÓN
DEL MUNDO PREFERIDO DE SU IMAGINACIÓN.

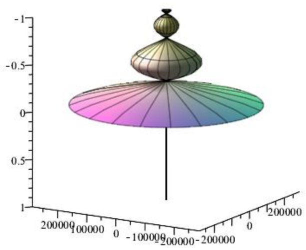
3. Las ecuaciones

A continuación, se especifica las ecuaciones correspondientes a las curvas y superficies utilizadas en las láminas anteriores, siguiendo la siguiente notación: las curvas vienen parametrizadas por la aplicación $\alpha : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ y las superficies por $\varphi : I \times J \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$



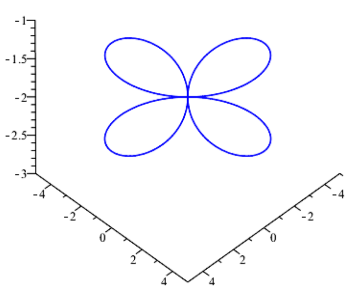
$$\varphi(u,v) = \left(u, v, u^2 - v^2\right), \qquad u \in [-4,4], v \in [-4,4]$$

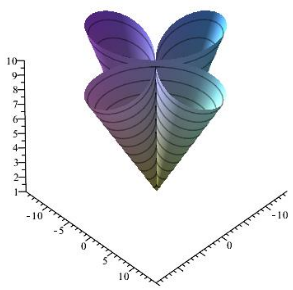




$$\alpha(u) = \left(e^{2u}\cos(6u), 0, \operatorname{sen}(u)\right), \qquad u \in [0,2\pi), u \in [-10..10]$$

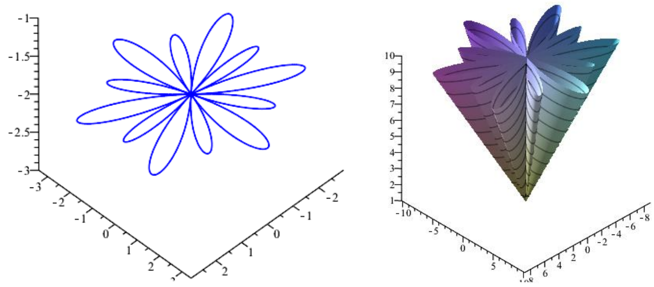
$$\varphi(u,v) = \left(e^{2u}\cos(v)\cos(6u), e^{2u}\cos(6u), \operatorname{sen}(u)\right), \qquad u \in [0,2\pi), v \in [0,2\pi)$$





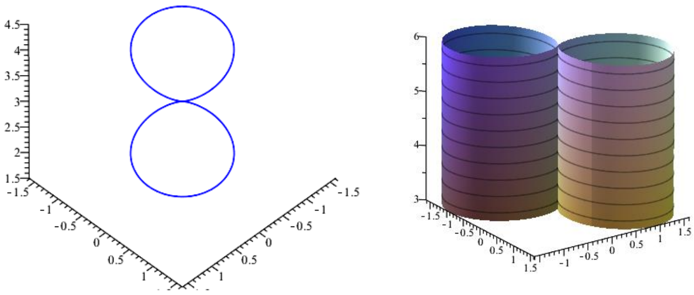
$$\alpha(u) = \left(-5\cos(2u)\cos(u), -5\cos(2u)\operatorname{sen}(u), -2\right), \qquad u \in [0,2\pi)$$

$$\varphi(u,v) = \left(5v\cos(2u)\cos(u), 5v\cos(2u)\operatorname{sen}(u), 1+3v\right), \qquad u \in [0,2\pi), v \in [0..3]$$



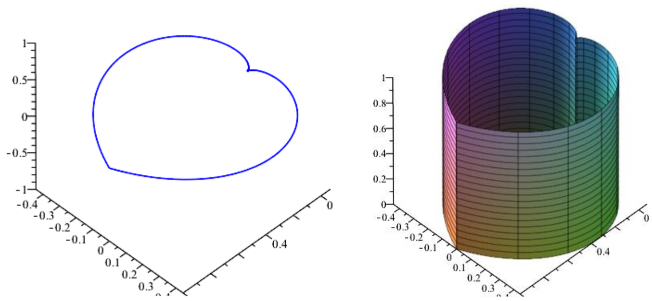
$$\alpha(u)=\left(-3\cos(6u)-0.4\cos(u),-3\cos(6u)-0.4\,\mathrm{sen}\,(u),-2\right),\qquad u\in[0,2\pi)$$

$$\varphi(u,v)=\left(v(3\cos(6u)-0.4)\cos(u),v(3\cos(6u)-0.4)\,\mathrm{sen}\,(u),1+3v\right),\qquad u\in[0,2\pi),v\in[0..3]$$



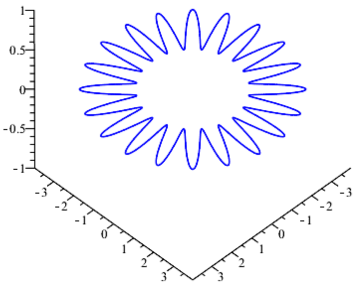
$$\alpha(u)=\left((1+\mathrm{sen}\,(2u))\cos(u),(1+\mathrm{sen}\,(2u))\,\mathrm{sen}\,(u),3\right),\qquad u\in[0,2\pi)$$

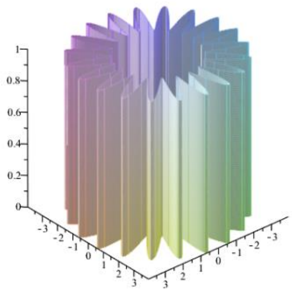
$$\varphi(u,v)=\left((1+\mathrm{sen}\,(2u))\cos(u),(1+\mathrm{sen}\,(2u))\,\mathrm{sen}\,(u),3+v\right),\qquad u\in[0,2\pi),v\in[0..3]$$



$$\alpha(u)=\left(\left(1+\mathrm{sen}\left(-\frac{u}{2}\right)\right)\cos(u),\left(1+\mathrm{sen}\left(-\frac{u}{2}\right)\right)\mathrm{sen}\,(u),0\right),\qquad u\in[0,2\pi)$$

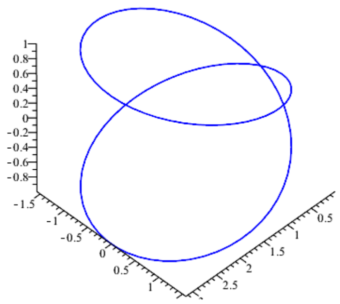
$$\varphi(u,v)=\left(\left(1-\mathrm{sen}\left(-\frac{u}{2}\right)\right)\cos(u),\left(1-\mathrm{sen}\left(-\frac{u}{2}\right)\right)\mathrm{sen}\,(u),v\right),\qquad u\in[0,2\pi),v\in[0..3]$$

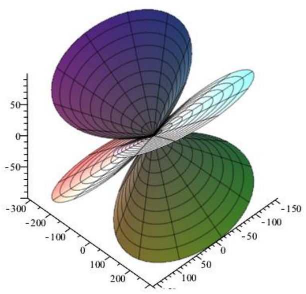




$$\alpha(u)=\left(\left(-3+\cos(20u)\right)\cos(u),\left(-3+\cos(20u)\right)\operatorname{sen}(u),0\right),\qquad u\in[0,2\pi)$$

$$\varphi(u,v)=\left(\left(-3+\cos(20u)\right)\cos u,\left(-3+\cos(20u)\right)\operatorname{sen}(u),v\right),\qquad u\in[0,2\pi),v\in[0..1]$$

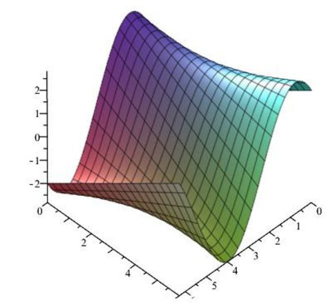




$$\alpha(u)=\left(\pi\cos(100u)\cos(u),\pi\cos(100u)\operatorname{sen}(u),\cos(100u)\right),\qquad u\in[0,2\pi)$$

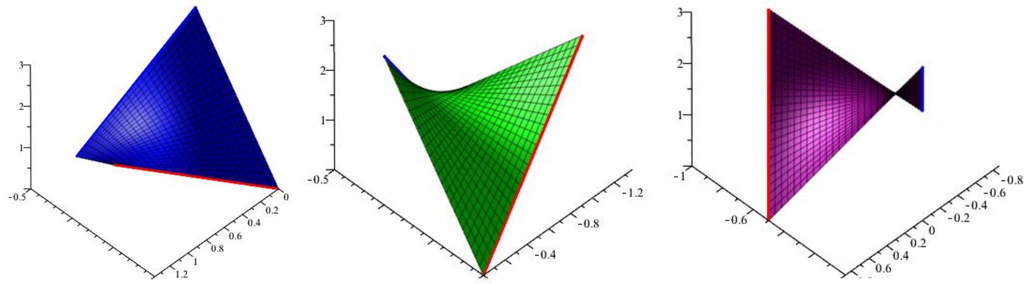
$$\varphi(u,v)=\begin{pmatrix}\pi\cos(100u)\cos(u)+v\left(-100\pi\operatorname{sen}(100u)\cos(u)-\pi\cos(100u)\operatorname{sen}(u)\right),\\ \pi\cos(100u)\,sen(u)+v\left(-100\pi\operatorname{sen}(100u)\operatorname{sen}(u)+\pi\cos(100u)\cos(u)\right),\\ \cos(100u)-100v\operatorname{sen}(100u)\end{pmatrix},$$

$$u\in[0,2\pi),v\in[-1..1]$$



$$\alpha(u) = (u, 3, 2\,\mathrm{sen}\,(u)), \qquad u \in [0, 2\pi)$$

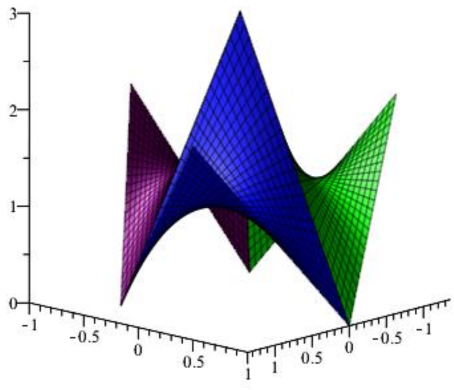
$$\varphi(u, v) = (u, 3 - 3v, 2\,\mathrm{sen}\,(u) - 2v\cos(u)), \qquad u \in [0, 2\pi), v \in [-1..1]$$



$$\varphi_1(u, v) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}u + v\left(\frac{\sqrt{3}}{2}u - u\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)\right), -\frac{u}{2} - v, 3 - 3u + v(3 - 5u)\right),$$
$$u \in [0..1], v \in [-1..0]$$

$$\varphi_2(u, v) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}u + v\left(\frac{\sqrt{3}}{2}u + \frac{1}{2} - u\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)\right), -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}u - v, 3u + v(5u - 2)\right),$$
$$u \in [0..1], v \in [-1..0]$$

$$\varphi_3(u, v) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}u - \frac{\sqrt{3}}{2}v, -\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v, 3 - 3u + v(3 - 5u)\right), \qquad u \in [0..1], v \in [-1..0]$$



Superficie resultante de la unión de los anteriores cuadriláteros alabeados.

Sobre las autoras:

Nombre: Ascensión Moratalla
Correo Electrónico: ascension.moratalla.delahoz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Patricia Minguito
Correo Electrónico: patricia.minguito@gmail.com
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Grupo de Innovación Educativa Didáctica de las Matemáticas

Nombre: Ascensión Moratalla
Correo Electrónico: ascension.moratalla.delahoz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Juana María Sánchez
Correo Electrónico: juanamaria.sanchez@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Mª Agripina Sanz
Correo Electrónico: mariaagripina.sanz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Mª Carmen Ferreiro
Correo Electrónico: mariacarmen.ferreiro@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Vicente Moratalla
Correo Electrónico: vicente_moratalla@hotmail.com
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.