

Sophie de Germain

Guijarro de Mata-García, Marta.

martagdmg@hotmail.com)

Universidad Complutense de Madrid

RESUMEN

Sophie de Germain fue una matemática del siglo XVIII que vivió en París. A pesar de los problemas que en ese siglo suponía ser matemática y mujer a la vez, ella consiguió llegar muy lejos en dos campos: la Teoría de Números y la Teoría de la Elasticidad.

Se rodeó de personajes matemáticos tan importantes como Gauss, a quien solamente conoció por correo, Lagrange, Legendre o Fourier. Durante mucho tiempo se hizo pasar por Antoine-Auguste Le Blanc para no tener problemas por ser una mujer.

Consiguió el "Grand Prix" de la Academia de las Ciencias en 1816 por unas investigaciones sobre Teoría de la Elasticidad.

Murió en Paris en 1831 por culpa de un cáncer de mama.

Palabras claves:

Siglo XVIII; París; Escuela Politécnica de París; Le Blanc; Lagrange; Teoría de Números; Gauss; Teoría de la Elasticidad; Grand Prix.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando Sophie de Germain nació, estaba como rey en Francia Luis XVI. Nació y se crió en una familia corriente pero les costó entender la pasión que tenía su hija hacia las matemáticas.

2. VIDA

Sophie de Germain fue una gran matemática del siglo XVIII. Nació el 1 de abril de 1776 en París, hija de un burgués cultivado y liberal, participó de la Revolución francesa y elegido diputado de los Tiers-État en la Asamblea Constituyente de 1789.

A los 13 años, durante la Revolución, se refugió en la lectura comenzando con las obras de la biblioteca de su padre. Su interés por las Matemáticas surgió después de leer la Historia de las Matemáticas de Jean-Baptiste **Montucla**. En particular le impresionó la leyenda de la muerte de **Arquímedes**, por los soldados romanos, mientras estaba absorto en un problema de geometría. Quedó tan conmovida por el fuerte efecto de la Matemática, capaz de hacer olvidar la guerra, que decidió dedicarse a su estudio.

Sus padres le pusieron muchos impedimentos a la hora de estudiar: la dejaban sin luz, le quitaban la calefacción y sus ropas, pero ni eso consiguió frenarla, se envolvía en mantas y alumbrada con una vela estudiaba. Finalmente, aunque sus padres no comprendían su dedicación a las Matemáticas dejaron que pudiera estudiar.

Comenzó por el tratado de aritmética de Étienne Bezout para seguir con las obras de **Isaac Newton** y **Leonhard Euler**.

En 1775 se fundó la Escuela Politécnica de París en la cual no se admitieron mujeres hasta 1792. Cuando se inauguró, Sophie tenía 19 años y aunque no le era posible estudiar en ella consiguió apuntes de algunos cursos como los de Análisis de Lagrange. Al final del curso los estudiantes presentaban sus investigaciones y Sophie presentó uno pero firmándolo como Antoine-Auguste Le Blanc, quien fue estudiante de la escuela. Joseph Louis Lagrange (1736-1813) quedó impresionado y quiso conocer al autor. Que Sophie hubiese tomado una falsa identidad no le supuso ningún problema a Lagrange si no todo lo contrario, la felicitó personalmente, la animó para seguir estudiando y le predijo un gran éxito como analista.

Las publicaciones de "La théorie des nombres" de Adrien-Marie Legendre y "Disquisitiones Arithmeticae" de Karl Friedrich Gauss en 1789 y 1801 respectivamente

hicieron que Sophie se dedicara al estudio de la Teoría de Números. Durante 1804 y 1809 se escribía con Gauss para mostrarle sus investigaciones pero él sólo contestaba cuando el trabajo de Sophie estaba relacionado con sus teoremas ya que estaba muy ocupado en su propia investigación. El hecho de ser una mujer erudita no estaba bien visto en aquella época por lo que las cartas las firmaba como ``Le Blanc ``.

Sophie le reveló su verdadera identidad ya que ella consiguió que un militar amigo de la familia le protegiera en la conquista de Prusia por Napoleón. Gauss confesó que no conocía a ninguna Sophie de Germain, por lo que en la siguiente carta le dijo la verdad.

Gauss sorprendido al conocer su identidad, **elogia su talento y su genio**. En la última carta que escribió a Gauss, le comentaba su resultado más importante sobre teoría de números, el teorema que hoy lleva su nombre, pero él no llegó a responder a esa carta.

En 1808, el ingeniero alemán **Ernst Chladni** presentó en París, sus experiencias sobre la vibración de las superficies elásticas observando las figuras formadas cuando se esparcía arena sobre una placa y se la hacía vibrar al puntear el borde con el arco de un violín. La arena se concentraba donde las vibraciones eran más débiles, formando figuras geométricas muy interesantes. Estas experiencias se realizaron delante de un grupo de élite de 66 personas que constituían la "Primera Clase" de matemáticos y físicos del Instituto de Francia, después se repitieron delante de Napoleón.

La Academia de las Ciencias de París tenía la costumbre de ofrecer un premio al mejor trabajo en ciencias físicas y matemáticas. Se elegía una comisión de tres o cuatro personas que planteaba un tema y se establecía un programa. Los candidatos tenían dos años para hacer el trabajo que presentaban de forma anónima. En 1809 el tema que propuso la Academia fue obtener una teoría matemática sobre las superficies elásticas que explicara las experiencias de Ernst Chladni.

Como Gauss ya no contestaba a la correspondencia de Sophie, ella se empezó a interesar en otras cosas, entre ellas, la convocatoria de este concurso, por lo que Sophie abandonó la Teoría de Números y comenzó sus investigaciones en física-matemática. Tuvo que presentar tres memorias sucesivas en 1811, 1813 y 1815 hasta conseguir, el 8 de enero de 1816, el "Grand Prix" de la Academia de las Ciencias. A pesar de que se reunió mucha gente para ver a la famosa mujer matemática, Sophie no asistió a la

ceremonia de entrega. Ya no sentía la misma admiración por sus compañeros que años atrás.

A partir de entonces consiguió el respeto y el reconocimiento por parte de la comunidad científica, debido, sobre todo, a su amistad con **Jean-Baptiste Joseph Fourier** (1768-1830), que le permitió asistir a las sesiones de la Academia de Ciencias siendo la primera mujer, no esposa de académico, que lo hizo. También continuó sus investigaciones con Legendre sobre Teoría de Números con el que trabajaba en un plano de igualdad, y en 1819 reanudó la correspondencia con Gauss sobre este tema

En 1830 Gauss la propuso para el Doctorado Honoris Causa por la Universidad de Göttingen, de la que era profesor y en la que tenía gran influencia pero su propuesta fue rechazada.

El 2 de junio de 1831 murió en París a consecuencia de un cáncer de pecho a los 55 años. A pesar de su extensa correspondencia, Gauss y Sophie no llegaron a conocerse personalmente. A instancias de Gauss algunos meses después de su muerte recibió el título de doctor honoris causa por la Universidad de Göttingen, aunque cuando Gauss la había presentado en 1830, y a pesar de su gran influencia, la propuesta había sido rechazada.

3.OBRA

Sophie de Germain empezó a trabajar en el campo de la Teoría de Números; se enviaba cartas con Gauss comentando sus investigaciones. En el año 1804 está fechada la primera carta firmada por Sophie con el pseudónimo de Le Blanc. Gauss respondió asombrado por su elegancia en una de las demostraciones.

En 1808, Sophie le comunicó uno de sus mayores descubrimientos en la Teoría de Números que decía:

Si x, y, z son números enteros tales que $x^5+y^5+z^5=0$ entonces, al menos uno de los números x, y o z debe ser divisible por 5.

Más tarde, hizo general este resultado y ese teorema hoy en día lleva su nombre.

El teorema de Germain fue muy importante para resolver el teorema de Fermat, uno de los más complicados de demostrar a lo largo de la historia. Con su aportación se consiguió dividir en dos casos: probarlo cuando ninguno de los números x, y, z es divisible por n y cuando uno sólo de los tres números (o bien x , o bien y , o bien z) es divisible por n . Con la clasificación de Sophie quedaba demostrado el primer caso del teorema de Fermat para $n=5$. En el año 1825 se completó para $n=5$ gracias a Legendre y Dirichlet que demostraron el segundo caso.

El teorema de Sophie Germain demuestra que si n es un número primo tal que $2n + 1$ es primo, entonces el primer caso del teorema de Fermat (cuando ninguno de los números x, y, z es divisible por n) es verdadero. Esto supuso un gran avance en la demostración de la conjetura de Fermat.

Los números primos de Sophie Germain inferiores a 100, son: 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89.

Como Gauss dejó de responder la correspondencia de Sophie y salieron temas nuevos de su interés, Sophie no retomó la Teoría de Números hasta 1819. Utilizando sus resultados anteriores llegó a demostrar que para todo número primo menor que 100, y por lo tanto para todo número menor que 100, no existe solución a la ecuación de Fermat cuando x, y, z no son divisibles por n .

Las investigaciones de Sophie, en Teoría de Números, sólo serán conocidas porque Legendre las menciona en un artículo de 1823 que apareció en las “Memoires de l'Academy des Sciences” en 1827, y en el segundo suplemento a su “Théorie des Nombres” en 1830. Una de las versiones más completas de su trabajo sobre la conjetura de Fermat es un manuscrito titulado “Observaciones sobre la posibilidad de satisfacer la ecuación: $x^n + y^n = z^n$ ”, que se conserva en la Biblioteca Moreniana de Florencia.

En su abandono de la Teoría de Números Sophie comenzó a investigar en el campo de la Teoría de la Elasticidad en 1809 ya que la Academia de Ciencias de París propuso éste como tema para obtener el gran premio: “Donner la théorie mathématique des surfaces élastiques et la comparer à l'expérience”.

Descubrir las ecuaciones diferenciales de las superficies vibrantes parecía demasiado difícil para gran parte de los matemáticos de esa época y Sophie fue la única concursante. Lo tomó como un reto, y el 21 de septiembre de 1811 presentó una memoria a la Academia, pero su trabajo fue considerado incompleto e incorrecto, y el jurado decidió posponer dos años más el premio. Lagrange corrigió el análisis matemático y obtuvo, a partir de la hipótesis de Sophie, la base para describir el comportamiento estático y dinámico de las placas en puntos del interior.

En esta memoria y por analogía con los trabajos de Euler en el caso unidimensional de la cuerda vibrante, Sophie postula que “en un punto de la superficie la fuerza de elasticidad es proporcional a la suma de las curvaturas principales de la superficie en dicho punto”, que es lo que siempre llamará “mi hipótesis”. Llama curvatura media a la semisuma de las curvaturas principales y utilizando varias hipótesis sobre los desplazamientos y rotaciones de la placa obtiene una ecuación en derivadas parciales de sexto orden en la que busca soluciones regulares, en casos particulares, mediante series trigonométricas.

A pesar de que varias partes de su trabajo sean discutibles, la idea de que la semisuma de las curvaturas principales en una superficie tiene el mismo papel que la curvatura en el caso unidimensional de la cuerda vibrante es original. Además Sophie no se desalentó sino que, animada de que Lagrange hubiera utilizado con éxito su idea, siguió trabajando con el objetivo de justificar su hipótesis con consideraciones geométricas sobre la deformación de un plano. En 1813 presentó la segunda memoria, por la que obtuvo una mención de honor ya que sus resultados teóricos coincidían con los experimentales.

En 1814 Poisson redactó un trabajo sobre el mismo tema que leyó ante los componentes de la Primera Clase del Instituto de Francia, grupo al que ella pertenecía. Comenzó criticando el enfoque de los trabajos anteriores sobre este tema de Leonhard Euler, Jacques Bernouilli y por último de la memoria anónima que el año anterior había recibido una mención de honor. Poisson era discípulo de Laplace y compartía con él la teoría “molecular” que intentaba explicar todos los fenómenos físicos con el modelo de la física newtoniana, es decir, por un conjunto de fuerzas atractivas o repulsivas. Desde este punto de vista, considerando el equilibrio de una sola molécula de la superficie elástica, obtuvo una ecuación, horrible, no lineal y además falsa, que por simplificaciones “milagrosas” se convertía en la ecuación de Sophie que, en ese momento, había ganado credibilidad. No la publicó, supuestamente, para no influir en el concurso que había sido convocado de nuevo, pero apareció un resumen de la misma en el “Bulletin de la Société Philomatique” y en la “Correspondence de l'Ecole Polytechnique”. Sophie, que no tuvo acceso a ella y sólo pudo leer dicho resumen, en un principio se desalentó pero, más tarde, saber que Poisson había llegado a la misma ecuación que ella, le animó a continuar sus investigaciones y presentó otro estudio en 1815.

Este tercer trabajo: “Mémoire sur les Vibrations des Surfaces Élastiques”, que gracias a el consiguió el gran premio de la Academia en 1816, suponía una defensa de la legitimidad de su hipótesis a la vez que un ataque al modelo laplaciano y a la teoría molecular. También, en ella, matematizó el concepto de forma de una superficie y el de deformación. Planteaba que, considerando en un punto dado, la suma de las curvaturas relativas a todas las curvas producidas por las diferentes secciones de la superficie que pasan por la normal se obtendría una expresión que matematizaba la forma de la superficie en un punto. Por lo tanto estaba proponiendo, implícitamente, un procedimiento integral para definir la curvatura en el espacio. Además establecía que esta suma infinita se reducía a las dos curvaturas principales, es decir, las curvaturas máxima y mínima .

En 1821 la publicó con el título “Recherche sur la théorie de surfaces élastiques”.

En julio de 1830 hubo unos sucesos revolucionarios en París y aprovechando el refugio en su estudio, Sophie escribe dos trabajos, uno sobre teoría de números y otro sobre elasticidad; éstos fueron publicados en 1831 después de su muerte, en el *Crelle's Journal*. Una vez más su camino

se cruzó con el de Gauss que acababa de publicar una teoría matemática de la curvatura en la que definía lo que hoy se conoce por curvatura gaussiana como el producto de las curvaturas principales.

A Sophie también le interesó la filosofía, la química, la historia y la geografía. Su ensayo filosófico “*Considérations générales sur les Sciences y les Lettres*” fue publicado en 1832, después de su muerte. Identificó los procesos intelectuales de las “Ciencias” y las “Letras”. Su mayor éxito en el mundo de la filosofía se basa en el recorrido histórico, el carácter y la naturaleza de la Ciencia. El concepto clave que unifica el texto es la “analogía” que permite ordenar y encontrar las leyes del universo. Esta obra fue elogiada por Augusto Comte en la edición de 1842 de su “*Cours de philosophie positive*” y por M. Ravaisson en su “*Rapport sur la philosophie en France au XIX siècle*”.

En 1824 presentó a la Academia una memoria. Poisson, Laplace y el barón de Prony eran los encargados de evaluarla pero no lo hicieron. La “*Mémoire sur l’emploi de l’épaisseur dans la théorie des surfaces élastiques*” estuvo en manos de Prony hasta 1879. Cuando se publicó “*Sophie Germain: Oeuvres philosophiques*” la sociedad de matemáticos despertó un interés por esta mujer y se recuperó dicha memoria que, finalmente fue publicada en 1880.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALIC, M. (1991): *El legado de Hipatia. Historia de las mujeres desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX*, Madrid.
- [2] FIGUEIRAS, L.; MOLERO, M.; SALVADOR, A.; ZUASTI, N. (1998): *Género y Matemáticas*, Madrid.
- [3] FIGUEIRAS, L.; MOLERO, M.; SALVADOR, A.; ZUASTI, N. (1998): *El juego de Ada. Matemáticas en las Matemáticas*, Granada
- [4] GERMAIN, S (1821): *Recherches sur la théorie des surfaces élastiques*, Paris.
- [5] GERMAIN, S (1826): *Remarques sur la nature, les bornes et l’étendue de la question des surfaces élastiques et Équation Générale de ces Surfaces*, Paris.
- [6] GERMAIN, S (1828): *Examen des principes qui peuvent conduire à la connaissance des lois de l’équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Annales de Physique et de Chimie. Tome XXXVII, 123-131.
- [7] GERMAIN, S (1831): *Mémoire sur la courbure de surfaces*, "Crelle Journal", VII, 1-29.

[8] GERMAIN, S (1831): *Notes sur la manière dont se composent les valeurs de y et z dans la équation...*, "Crelle Journal", VII, 201-204.

[9] GERMAIN, S (1833): *Considérations générales sur les Sciences y les Lettres aux différentes époques de leur culture*, A. J. Lherbette (ed), Paris.

[10] GERMAIN, S (1879): *Sophie Germain: Oeuvres philosophiques*. H. Stupuy (ed), Paris. (2^a ed 1890).

[11] GERMAIN, S: Muchas de sus cartas están en la Biblioteca Nacional de Francia. Otros manuscritos en la Biblioteca Moreriana de Florencia. Las memorias manuscritas que presentó para obtener el premio se encuentran en los archivos de la Academia de Ciencias en el dossier del Prix Extraordinaire para el año 1814.