

Cálculo de incertidumbres para expresar la calidad de medida. Aplicación a la calibración de los instrumentos de medida electromagnética de distancias

Fernández Pareja, M^a Teresa te_fer@topografia.upm.es
*Departamento de Ingeniería Topográfica y Cartografía
Universidad Politécnica de Madrid*

RESUMEN

Con esta comunicación se pretende poner de manifiesto la importancia que tiene la forma de expresar el resultado de una calibración y que debe aparecer en el correspondiente certificado de calibración emitido por el laboratorio que realiza las calibraciones.

Con el fin de que quienes utilicen ese resultado puedan evaluar la idoneidad de la medición de una magnitud física, es conveniente que el resultado de la medida vaya acompañado de alguna indicación cuantitativa de la calidad del resultado. Para que las mediciones puedan compararse entre sí y con otros valores de referencia, los Laboratorios de Calibración Acreditados implantan un procedimiento aceptado universalmente para caracterizar la calidad del resultado de una medición.

Palabras claves:

Incertidumbre de medida; Laboratorio de calibración acreditado; Medida electromagnética de distancias; Incertidumbre expandida.

1. INTRODUCCIÓN

Los Laboratorios de Calibración Acreditados deben emitir certificados de calibración que incluyen, entre otros requisitos, el resultado completo de la medición que consiste en el estimado del mensurando y la incertidumbre expandida asociada.

La existencia de un consenso internacional sobre la evaluación y expresión de la incertidumbre de medida permitirá entender e interpretar sin ambigüedad un vasto espectro de resultados de medida en los campos de la ciencia, la ingeniería, el comercio, la industria y las reglamentaciones oficiales. Este fue el propósito en 1999 de European co-operation for Accreditation of Laboratories (AEL), hoy European co-operation for Accreditation (EA), al establecer una normas y recomendaciones en [6] Expression of the uncertainty of measurement in calibration.

La incertidumbre de un resultado de medida consta generalmente de varias componentes que pueden agruparse en dos categorías según la forma en que se estime su valor numérico, categoría A y categoría B.

La incertidumbre combinada deberá caracterizarse por el valor numérico obtenido al aplicar el método habitual de combinación de varianzas. La incertidumbre combinada y sus componentes deben expresarse en forma de desviaciones típicas.

La incertidumbre expandida U , se obtiene multiplicando la incertidumbre típica $u(y)$ asociada a la estimación de salida por un factor de cobertura k .

En esta comunicación se aplica el cálculo de la incertidumbre de medida a la calibración de los Instrumentos de MED.

2. CÁLCULO DE INCERTIDUMBRES PARA EXPRESAR LA CALIDAD DE MEDIDA

En la historia de la Ciencia de la Medida o Metrología el concepto incertidumbre es relativamente nuevo como atributo cuantificable. Actualmente está ampliamente reconocido que, aún cuando se hayan considerado todas las componentes de conocidas o supuestas causas del error y se hayan aplicado las correcciones oportunas, aún existe una incertidumbre asociada a la corrección del resultado final, esto es, una duda acerca de la bondad con que el resultado final representa al valor de la magnitud medida.

En el [3] Vocabulario internacional de términos fundamentales y generales de metrología se define la incertidumbre como *“el parámetro, asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mensurando”*.

En esta definición, se entiende que el resultado de una medición es la mejor estimación del valor del mensurando y que todas las componentes de la incertidumbre, incluyendo las que provienen de efectos sistemáticos, contribuyen a la dispersión.

La definición de incertidumbre de medida dada es totalmente operativa y se centra en el resultado de medida y en su incertidumbre evaluada.

Luego para expresar el resultado de la medición de una magnitud física, es preciso dar alguna indicación cuantitativa de la calidad del resultado, de forma que quienes utilizan dicho resultado puedan evaluar su idoneidad. Sin dicha indicación, las mediciones no pueden compararse entre sí, ni con otros valores de referencia dados en especificaciones o normas. Por ello, es necesario establecer un procedimiento fácilmente comprensible y aceptado universalmente para caracterizar la calidad del resultado de una medición, es decir, para evaluar y expresar su incertidumbre.

Con el propósito de armonizar la evaluación de la incertidumbre de medida y ayudar a los organismos de acreditación a aplicar un enfoque coherente en la evaluación de la Capacidad Óptima de Medida (COM) de los Laboratorios de Calibración Acreditados por ellos, se establecen una normas y recomendaciones en la Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM).

La GUM se basa en la Recomendación CI-1981 del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) que reconoció la falta de consenso internacional sobre la forma de expresar la incertidumbre de medida.

En el año 1993 se publicó la GUM y desde entonces ha sido revisada en varias ocasiones invitándose a sus usuarios a dirigir comentarios y consultas a cualquiera de las organizaciones implicadas en su elaboración.

En octubre del año 2006 se realizó la reunión del Grupo de Trabajo n° 1 del Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM1), "Expression of Uncertainty in Measurement. Durante dicha reunión se planificó realizar algunas modificaciones menores de la GUM que tuvieron como objetivo el armonizar algunas secciones

aplicando la teoría bayesiana de probabilidades, a la que parece ser, se hará mención de manera más explícita en la GUM.

Los objetivos de la GUM se podrían concretar en los siguientes:

- Proporcionar una información completa sobre la forma de abordar la expresión de la incertidumbre
- Proporcionar una base para la comparación internacional de los resultados de medida

En los Certificados de Calibración, que emiten los Laboratorios de Calibración Acreditados, el resultado completo de la medición consiste en el estimado y del mensurando y la incertidumbre expandida asociada U , debe expresarse en la forma $y \pm U$.

También debe incluirse una nota que, en el caso general, debería tener el siguiente contenido:

“La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medición por el factor de cobertura $k = 2$ que, para una distribución normal, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%. La incertidumbre típica de medida se ha determinado conforme al documento EAL-R2.”

Si se ha seguido el procedimiento que consiste en determinar el factor de cobertura derivado de los grados efectivos de libertad, la nota explicativa debería decir lo siguiente:

“La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medida por el factor de cobertura $k = XX$ que, para una distribución de t de Student con $v_{ef} = YY$ grados efectivos de libertad, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%. La incertidumbre típica de medición se ha determinado conforme al documento EAL-R2.”

El procedimiento para el cálculo de la incertidumbre de medida sería el siguiente:

a) Expresar en términos matemáticos la dependencia del mensurando o magnitud de salida Y respecto de las magnitudes de entrada X_i , según la ecuación $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

b) Identificar y aplicar todas las correcciones significativas.

c) Relacionar todas las fuentes de incertidumbre en la forma de un análisis de incertidumbres según se especifica en la GUM.

d) Calcular la incertidumbre típica $u(\bar{q})$ para magnitudes medidas reiteradamente como una desviación típica experimental de la media aritmética.

e) Para valores únicos, por ejemplo resultantes de mediciones previas, valores de corrección, valores tomados de la literatura técnica, etc, adoptar la incertidumbre típica cuando se conozca o pueda calcularse. Si no se dispone de datos de los que pueda derivar la incertidumbre típica, estimar el valor $u(x_i)$ basándose en la experiencia científica.

f) Para magnitudes de entrada para las que se conoce o puede suponerse una distribución de probabilidad, calcular el valor esperado y la incertidumbre típica $u(x_i)$ de acuerdo con el contenido de la GUM.

g) Calcular para cada magnitud de entrada X_i , la contribución $u_i(y)$ a la incertidumbre asociada a la estimación de salida resultante de la estimación de entrada x_i , aplicando las ecuaciones:

$$u_i(y) = c_i u(x_i); \quad i = 1, 2, \dots, N$$

donde c_i es el coeficiente de sensibilidad asociado a la estimación de entrada x_i , es decir, la derivada parcial de la función modelo f con respecto a X_i evaluada para las estimaciones de entrada x_i ,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_1=x_1, \dots, X_N=x_N}$$

El cuadrado de la incertidumbre típica del mensurando será:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

Si las magnitudes de entrada están correladas, hay que aplicar el procedimiento que se describe en la GUM para este caso.

h) Calcular la incertidumbre expandida U , multiplicando la incertidumbre típica $u(y)$ asociada a la estimación de salida por un factor de cobertura k .

i) Informar en el Certificado de Calibración del resultado de la medición, indicando el estimado y del mensurando, la incertidumbre expandida asociada U y el factor de cobertura k .

3. APLICACIÓN A LA CALIBRACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA ELECTROMAGNÉTICA DE DISTANCIAS

La calibración de Instrumentos de MED puede hacerse por dos procedimientos distintos. Uno de ellos en laboratorio y otro realizado en campo. Las medidas efectuadas en laboratorio prácticamente no están afectadas por influencias atmosféricas, pero los costes son muy altos y no son practicables por la mayoría de los laboratorios. Los resultados de las medidas efectuadas en campo están influenciados por las condiciones meteorológicas. Estas condiciones incluirán variaciones de la temperatura del aire y de su presión, por tanto se medirán los datos meteorológicos reales con el fin de efectuar las correcciones atmosféricas que deben sumarse a las distancias observadas.

Si la calibración se realiza en condiciones de campo, el Procedimiento Técnico de Calibración de los Instrumentos de MED que se considera está basado en medidas de distancias en todas las combinaciones posibles en una base de ensayo sin valores nominales. Se determinará la desviación típica experimental de una medida de distancia a partir del ajuste por mínimos cuadrados de todas las combinaciones de distancias, siendo éste el primer paso en el proceso de evaluación de la incertidumbre de medida.

La aplicación de este Procedimiento Técnico de Calibración no permite determinar un posible error de escala del Instrumento de MED al estar basado en medidas de distancias en una base de ensayo sin valores nominales. La determinación del error de escala se obtiene mediante la calibración de la Longitud de Onda Modulante de Instrumentos de Medida Electromagnética de Distancias.

Aunque la calibración de Instrumentos de MED podría incluso realizarla el propio usuario del instrumento en condiciones de campo, la calibración de la Longitud de Onda será necesario llevarla a cabo en un laboratorio que disponga del equipamiento adecuado. Por tanto, el Procedimiento Técnico de Calibración de la Longitud de Onda Modulante de Instrumentos de MED que se considera se aplica exclusivamente en laboratorio y precisa de un equipamiento especial.

La calibración de la Longitud de Onda Modulante de los Instrumentos de MED está basada en la medida de la frecuencia utilizando un frecuencímetro. A partir del

valor de la velocidad de la luz en el vacío, c , se obtiene la longitud de onda de la modulante también en el vacío, λ_0 que será: $\lambda_0 = c/f$.

Se comienza con la exposición del cálculo de la incertidumbre cuando la calibración se realiza en campo y a continuación se presenta el cálculo para el caso de calibraciones de la longitud de onda modulante realizadas en laboratorio.

2.1. Cálculo de la incertidumbre para calibración en campo

La calibración de los instrumentos de MED que se ha contemplado está fundamentalmente basada en las normas [7] ISO 17123-4 y [5] DIN 18723 Teil 6.

Una de las contribuciones a la incertidumbre en la MED es el error de cero. Con el fin de obtener el valor de la corrección de cero y valores representativos de la desviación típica experimental, los puntos estables en la línea base se seleccionarán de tal modo que las partes de las distancias medidas determinadas por medida de fase con la frecuencia fina estén distribuidas uniformemente sobre la longitud unidad o escala de medida del instrumento de MED.

La configuración de la línea base se representa en la siguiente figura. Entre los siete puntos se miden las veintiuna posibles distancias en el mismo día.

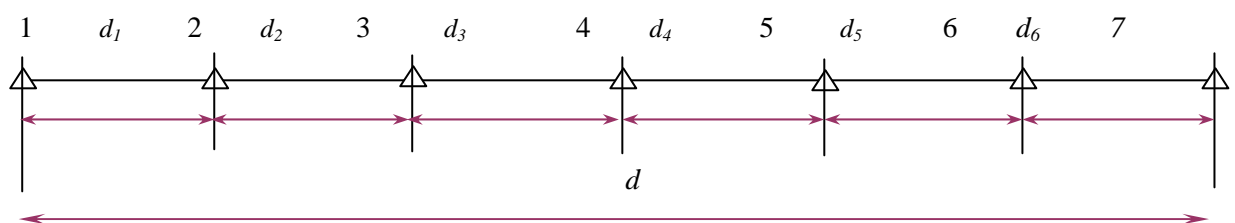


Figura 1. Configuración de la línea base

El cálculo de incertidumbres se realiza aplicando los criterios establecidos en [3] Guía para la expresión de la Incertidumbre de Medida editada por el Centro Español de Metrología y [2] Guía EA-4/02 “Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration”.

En la siguiente tabla se muestra un resumen a partir del cual se puede realizar el cálculo de la incertidumbre asociada a la calibración de instrumentos de MED de acuerdo con este procedimiento de calibración aplicado en campo.

Tabla 1. Balance de incertidumbres

Magnitud X_i	Valor estimado x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$
Compensador círculo vertical $c_{c,v}$	$\epsilon_{c,v}$	$u(\epsilon_{c,v}) = \frac{a}{\sqrt{3}}$	rectangular	1	$u(\epsilon_{c,v}) = \frac{a}{\sqrt{3}}$
Resolución de lectura c_R	R	$u(R) = \frac{R}{\sqrt{12}}$	rectangular	1	$u(R) = \frac{R}{\sqrt{12}}$
Repetibilidad del proceso de medida x'	s_{MED}	$u(s_{MED}) = s_{MED} = \sqrt{\frac{\sum r^2}{14}}$	normal	1	$u(s_{MED}) = s_{MED} = \sqrt{\frac{\sum r^2}{14}}$
Corrección de cero	δ	$u(\delta) = s_\delta = s \times \frac{1}{\sqrt{5}}$	normal	1	$u(\delta) = s_\delta = s \times \frac{1}{\sqrt{5}}$
Incertidumbre combinada					$u(d) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y)}$
Número de grados efectivos de libertad ν					$\nu = n - u = 14$
Factor de cobertura k					$k = f(\nu)$
Incertidumbre expandida ($k = 2$)					$U = k \times u(f)$

2.2. Cálculo de la incertidumbre para calibración en laboratorio

En la calibración de la Longitud de Onda Modulante de Instrumentos de MED se mide la frecuencia del haz emitido en diez días distintos con el fin de obtener diez gráficas de variación de la frecuencia con el tiempo.

Se obtendrá un valor medio de la frecuencia para cada gráfica, cada día. A partir de los diez valores medios de frecuencia se obtendrá el valor medio de la frecuencia del instrumento de MED.

Deberán controlarse la temperatura y humedad relativa del aire para asegurar que las condiciones ambientales no influyen negativamente en los resultados de las observaciones.

La configuración de la disposición de los elementos que se utilizan para aplicar este Procedimiento Técnico de Calibración se representan en la siguiente figura.

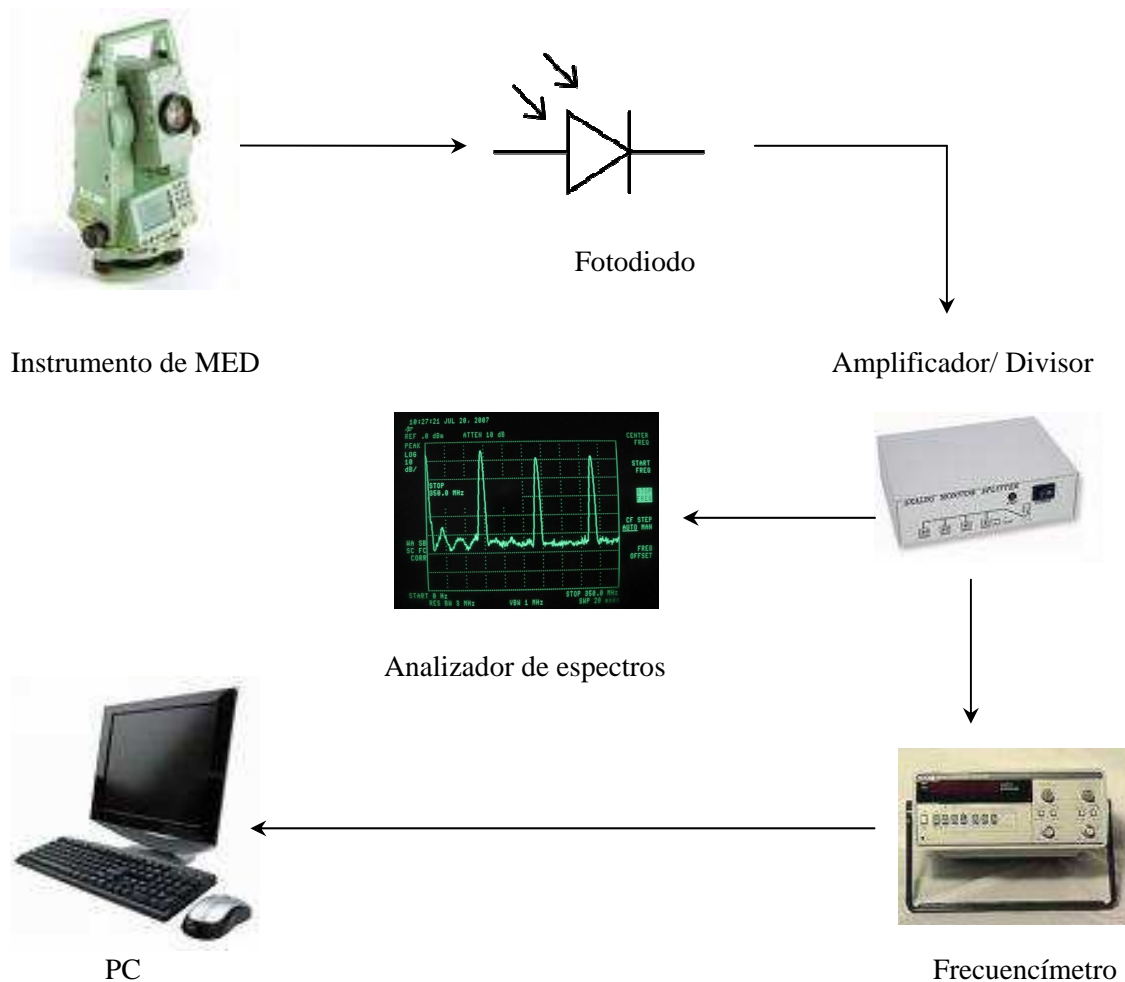


Figura 2. Disposición de los distintos elementos que intervienen en la calibración

Las medidas de la frecuencia del instrumento de MED realizadas cada día proporcionan un valor medio f_i .

Al realizar las medidas en 10 días distintos se tendrán los siguientes valores medios de la frecuencia para cada día de observación:

$$f_1, f_2, f_3, \dots, f_{10}$$

Se calculan las desviaciones típicas :

$$s_1, s_2, s_3, \dots, s_{10}$$

La media global será:

$$\bar{f} = \sum_{i=1}^{10} f_i / 10$$

El error de escala del instrumento, e_e , de MED es:

$$\frac{f_0 - \bar{f}}{100 \text{MHz} \times 10^6} [\text{mm} / \text{km}] , \text{ expresando la frecuencia en MHz.}$$

La desviación típica de los valores medios será:

$$s_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (f_i - \bar{f})^2}{10 - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (f_i - \bar{f})^2}{9}}$$

El cálculo de incertidumbres se realiza aplicando los criterios establecidos en [1] Guía para la expresión de la Incertidumbre de Medida editada por el Centro Español de Metrología y [6] Guía EA-4/02 “Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration”.

En la Tabla 2. Balance de incertidumbres se presenta un resumen a partir del cual se puede realizar el cálculo de la incertidumbre asociada a la calibración de la Longitud de Onda Modulante de Instrumentos de MED de acuerdo con el procedimiento de calibración aplicado en laboratorio.

Tabla 2. Balance de incertidumbres

Magnitud X_i	Valor estimado x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$
División de escala del frecuencímetro c_E	E	$u(E) = \frac{E}{\sqrt{3}}$	rectangular	1	$u(E) = \frac{E}{\sqrt{3}}$
Repetibilidad del proceso de medida x'	s_f	$u(s_f) = s_f / \sqrt{10}$	normal	1	$u(s_f) = s_f / \sqrt{10}$
Frecuencímetro f_0	f_0	$u(f_0)$	normal	1	$u(f_0)$
Incertidumbre combinada				$u(f) = \sqrt{u(E)^2 + u(s_f)^2 + u(f_0)^2}$	
Número de grados efectivos de libertad ν				$\nu = n - u = 9$	
Factor de cobertura k				$k = 2$	
Incertidumbre expandida (k = 2)				$U = k \times u(f)$	

Las incertidumbres obtenidas deben entenderse como una estimación que caracteriza el campo de valores dentro del cual se encuentra el verdadero valor de la frecuencia que se busca.

Las incertidumbres corresponden a unas determinadas condiciones de observación que no tienen por que corresponder con las condiciones existentes durante el uso del instrumento.

4. CONCLUSIONES

Es imperativo que el método de evaluación y expresión de la incertidumbre sea uniforme en todo el mundo, de modo que las mediciones realizadas en diferentes países puedan ser comparadas fácilmente.

Las incertidumbres obtenidas deben concebirse como una estimación que caracteriza el campo de valores dentro del cual se encuentra el verdadero valor de la magnitud que se busca.

La magnitud utilizada para expresar la incertidumbre debe ser internamente coherente y transferible. La primera característica hay que entenderla en el sentido de que debe poderse obtener directamente de las componentes que contribuyen a la incertidumbre, así como ser independiente de la forma en que dichas componentes estén agrupadas, o de su descomposición en subcomponentes. La segunda, que sea transferible, se entenderá en el sentido en que debe ser posible utilizar directamente la incertidumbre evaluada para un resultado como componente en la evaluación de la incertidumbre de otra medición en la que intervenga el primer resultado.

Las incertidumbres obtenidas corresponden a unas determinadas condiciones de observación que no tienen por que corresponder con las condiciones existentes durante el uso del instrumento.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CEM (2000): *Guía para la expresión de la Incertidumbre de Medida*. 2º Edición.
- [2] CEM. (2003): *Procedimiento para la realización de procedimientos de calibración*. 4ª Edición.
- [3] CEM. (2000): *Vocabulario internacional de términos fundamentales y generales de metrología (VIM)*. 2º Edición en español.
- [4] Cordero, R; Seckmeyer,G; Labbe,F. Effect of the resolution on the uncertainty evaluation. *Metrologia*. Vol. 43, 2006; pp33-38.

- [5] Deutsche Norm DIN 18732. (1990). Teil 6. *Feldverfahren zur Genauigkeitsuntersuchung geodätischer Instrumente. Elektrooptische Distanzmesser für den Nachbereich*. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [6] European co-operation for Accreditation (1999): *EA-4/02 Expression of the uncertainty of measurement in calibration*.
- [7] International Standard ISO 17123. (2001). *Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 4: Electro-optical distance meters (EDM instruments)*. Geneva: International Organization for Standardization.
- [8] Kacker, R; Lawrence, J. (2007) “Trapezoidal and triangular distributions for Type B evaluation of standard uncertainty”. *Metrologia*. Volume 44, Number 2, April.
- [9] Rüeger, J.M. (1996): *Electronic Distance Measurement*. New York: Editorial Springer-Verlag Berlin, Heidelber.
- [10] Solaric, N. Lapaine, M. Novacovik, G. (2002) “Testing the Precision of the Electro-optical Distance Meter Mekometer ME5000 on the Calibration Baseline Zagreb”. *Survey Review*. Nº 286, Vol. 36, October. pp 612-626.