

Juegos y Rarezas Matemáticas

Música, en clave geométrica, para una obra arquitectónica

Music inspired geometry, for an architectural project

Ascensión Moratalla y David Guillén

Revista de Investigación



Volumen VII, Número 1, pp. 157-164, ISSN 2174-0410

Recepción: 23 May'16; Aceptación: 1 Jun'16

1 de abril de 2017

Resumen

De las muchas formas que puede inspirar una obra arquitectónica la composición de una obra musical, proponemos en este trabajo una, que conjuga la esencia del diseño arquitectónico y la geometría.

Palabras Clave: Geometría, Arquitectura, Música, Didáctica de las Matemáticas.

Abstract

An architectural project could be used to inspire a musical production in many different ways. In this article, we propose an innovative way to create a musical piece that is inspired by the combination of the essence of architectural design and geometry.

Keywords: Mathematics, Music, Architecture.

1. Introducción

Este artículo es consecuencia de la reflexión sobre la relación entre las matemáticas y distintas expresiones artísticas, línea de trabajo que venimos desarrollando en el grupo de Innovación Educativa de la UPM, Didáctica de las Matemáticas, desde hace años. Es una manera de hacer confluir en la misma experiencia, diversas facetas del Conocimiento, buscando interrelaciones entre ellas y mostrando la belleza a la que llevan tales relaciones.

El trabajo aquí presentado se desarrolló en la asignatura de Geometría Afín y Proyectiva (GAP), correspondiente al primer curso de Fundamentos de la Arquitectura de la UPM del año académico 2015/16, siguiendo las directrices de un sistema educativo basado en los principios de Bolonia y centrado en el aprendizaje por competencias.

De acuerdo con las competencias recogidas en la Guía de Aprendizaje de esta asignatura, nos fijamos dos objetivos principales en la formulación del trabajo:

- Los alumnos desarrollan su capacidad de análisis y son capaces de extrapolar los conocimientos adquiridos a situaciones nuevas. Ser capaces de aplicar, en este caso en particular, las Matemáticas en otras áreas de Conocimiento.

- Los alumnos desarrollan su creatividad. La creatividad es un proceso complejo que se manifiesta en cualquier área del Conocimiento y sin duda en las Matemáticas. Según Penagos-Aluni, “una condición necesaria para el desarrollo de la humanidad, para la calidad de lo humano”.

Este proceso creativo va a exigir a los alumnos, por un lado, adquirir los conocimientos matemáticos necesarios para abordar el problema y por otro, superar una barrera interna o psíquica, al tener que aplicar las matemáticas a una situación tan poco habitual. En cuanto al profesor, le requiere impartir la asignatura con un enfoque adecuado, procurando una propuesta de trabajo que recoja los objetivos fijados y sea atractiva al alumno.

2. La propuesta de trabajo

Conscientes de la importancia de la geometría en el diseño arquitectónico, a lo largo del curso, se analizaron distintas obras de arquitectura en función de los contenidos de la asignatura de GAP. Con el estudio de los movimientos del plano y del espacio, se fueron desgranando los elementos mínimos de la composición geométrica de diferentes ejemplos constructivos, para pasar, posteriormente, al proceso inverso que consistió en elaborar modelos geométricos aplicando dichas isometrías a una unidad mínima generadora. Uno de estos ejemplos fue High-Rise Office Building (Doha, Qatar) del arquitecto Jean Nouvel, para cuyo recubrimiento utiliza mallas con figuras semejantes, basadas en un diseño poligonal (figura 1).

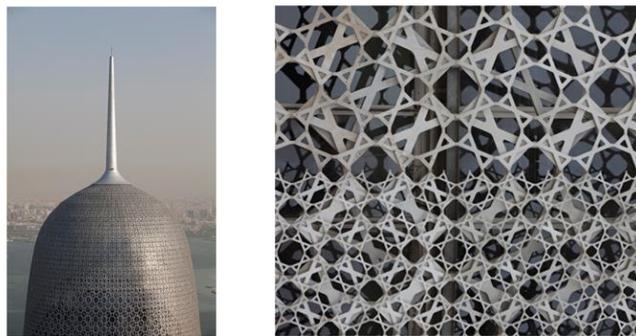


Figura 1. High-Rise Office Building

El proceso de conexión entre Matemáticas y otras áreas artísticas culminó en un trabajo individual, en el que se propuso obtener una imagen que recogiese, desde un punto de vista geométrico, la esencia de una obra arquitectónica elegida por el alumno. A partir de esa forma mínima y aplicando el conjunto de isometrías consideradas adecuadas, por el alumno, se elaboró un friso y se plasmó en clave musical los elementos intervinientes, dando como

resultado una melodía más que sorprendente, cuya base de inspiración fue el ejemplo arquitectónico.

El siguiente trabajo fue realizado por David Guillén alumno de la asignatura.

3. El trabajo

El Burj Al Arab Hotel (figura 2) es un hotel de lujo con 321 metros de altura situado en la costa de Dubai. Diseñado por el arquitecto Tom Wright de WS Atkins & Partners y construido entre 1994 y 1999. Se corona como el cuarto hotel más alto del mundo, una obra muy compleja sobre todo por su dificultad de construcción sobre una isla artificial a 270 metros del Golfo Pérsico.



Figura 2. Burj Al Arab Hotel.

Su singular silueta evocando un barco de la vela en mitad del océano, nos transporta a tierras lejanas, hasta Japón, en cuyo abecedario encontramos formas que se asemejan a los primeros bosquejos de Wright del Burj Al Arab (figura 3).



Figura 3

De entre todas las letras que componen el abecedario japonés, las letras “fu” y “ra”, a nuestro parecer, condensan la idea original del diseño (figura 4).

ア	カ	サ	タ	ナ	ハ	マ	ヤ	ラ	ワ		ガ	ザ	ダ	バ	パ
a	ka	sa	ta	na	ha	ma	ya	ra	wa		ga	za	da	ba	pa
イ	キ	シ	チ	ニ	ヒ	ミ		リ			ギ	ジ	ヂ	ビ	ピ
i	ki	shi	chi	ni	hi	mi		ri			gi	ji	ji	bi	pi
ウ	ク	ス	ツ	ヌ	フ	ム	ユ	ル			グ	ズ	ヅ	ブ	プ
u	ku	su	tsu	nu	fu	mu	yu	ru			gu	zu	zu	bu	pu
エ	ケ	セ	テ	ネ	ヘ	メ		レ			ゲ	ゼ	デ	ベ	ペ
e	ke	se	te	ne	he	me		re			ge	ze	de	be	pe
オ	コ	ソ	ト	ノ	ホ	モ	ヨ	ロ	ヲ	ン	ゴ	ゾ	ド	ボ	ポ
o	ko	so	to	no	ho	mo	yo	ro	o	n	go	zo	do	bo	po

Figura 4

Sin embargo, pensando en la estética del friso resultante, parece más interesante la letra ra. Así pues, la imagen elegida para recoger la esencia de este diseño arquitectónico sería la correspondiente a la figura 5.

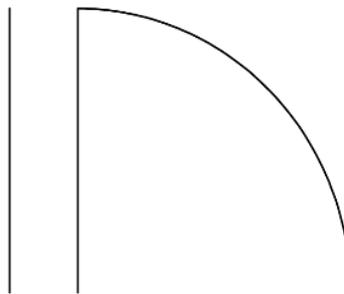


Figura 5

Para la composición del friso se necesita, además de la unidad generadora, un conjunto de movimientos del plano, adecuado. Considerando entonces, el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\left\{ G^{\frac{\pi}{2}k}, k=0,1,2,3 \right\}$$

es decir, giros de centro el origen y ángulos proporcionales a $\frac{\pi}{2}$, que aplicados a la figura inicial nos genera el motivo de la figura 6.

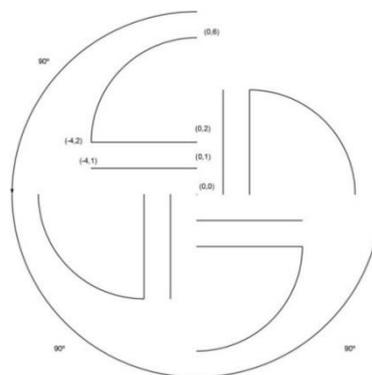


Figura 6

Las sucesivas transformaciones de la figura 6 utilizando las traslaciones del conjunto

$$\{T_{na}, n = 1, 2, 3, \dots\}$$

Dan como resultado el friso (figura 7).



Figura 7

La segunda parte del trabajo consiste en transportar estas isometrías a un plano musical. Es innegable la estrecha relación que mantiene la música con las matemáticas. No toda composición musical nos resulta agradable al oído, y curiosamente la música que más aceptamos es aquella regida por normas matemáticas en sus fundamentos.

Las proporciones matemáticas implícitas en la música han sido utilizadas, entre otros arquitectos, por Gaudí. En el templo de la Sagrada Familia, se pueden encontrar proporciones básicas como las que Pitágoras utilizó para hacer su escala musical, basada en el sistema de quintas. La proporción $1/2$, que en música da una octava, la proporción $2/3$, que da una quinta (la nota dominante de un acorde), y la proporción $3/4$, que da la cuarta (la subdominante, que en realidad es una quinta hacia abajo), son las proporciones que se pueden encontrar tanto en las grandes dimensiones del templo, en planta o sección, como en detalles mucho más pequeños (figura 8).

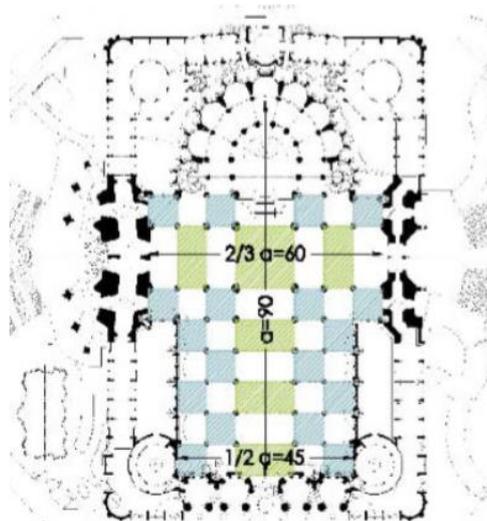


Figura 8

Esta relación de quintas queda reflejado en el círculo de quintas (figura 9).

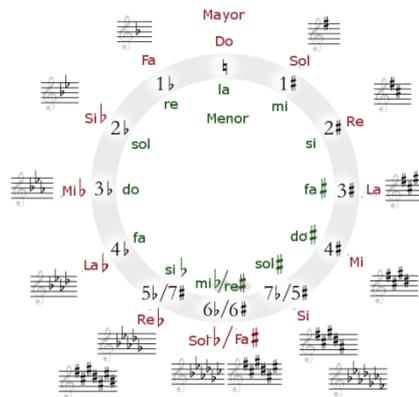


Figura 9

La traducción musical de la geometría del friso debe seguir unas normas como cualquier traducción de un idioma a otro, para conseguir una coherencia musical. Es evidente que si se realiza una traducción literal palabra a palabra de un idioma a otro, la traducción no será correcta. En este caso las líneas del módulo que genera el friso son interpretadas según su

Figura 10

forma. Las rectas horizontales como notas tenidas, las verticales como acordes generados por varias notas que suenan a la vez, y las curvas como subidas y bajadas rápidas recorriendo la escala. La traslación se interpreta como la repetición del mismo fragmento comenzando otra vez desde el principio. Consiguiendo así estirar el módulo del friso sobre una línea temporal, ya que la música se rige con una línea del tiempo.

Realizando estas técnicas de traducción matemática a música lógica, se obtiene como resultado la partitura que aparece en la figura 10.

En ella se pueden apreciar ciertas líneas ascendentes y descendentes análogas al friso, notas de larga duración y acordes. Todo sobre una base armónica basada en las proporciones matemáticas que el oído acepta con toda naturalidad.

Su ejecución se puede escuchar haciendo clic en la siguiente imagen (figura 11).



Figura 11

En el diagrama de la figura 12, se observa el dibujo que describe la música al pasar por las diferentes frecuencias. Al fin y al cabo el pentagrama sólo es una forma de representar gráficamente cada frecuencia (cada nota) de manera que su lectura resulte sencilla, ya que interpretar una pieza musical leyendo su diagrama de frecuencias sería algo incómodo.

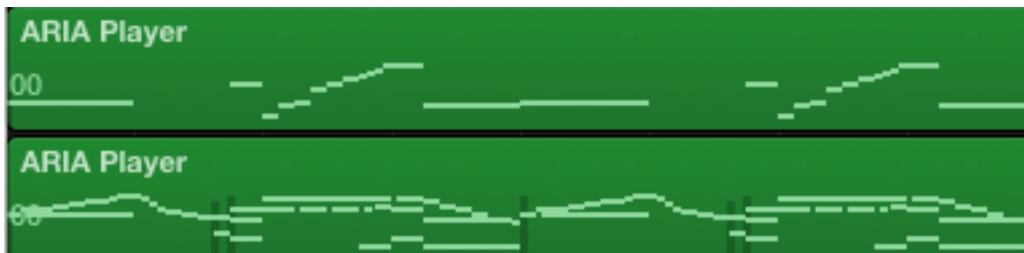


Figura 12

La matemática es una ciencia que nos ayuda a comprender el mundo que nos rodea. La música, al igual que la arquitectura, tiene componentes artísticos que curiosamente se amplifican con el uso de las matemáticas. Es por ello que este trabajo ha sido de una extraordinaria "sencillez compleja" al relacionar disciplinas tan diferentes en su expresión pero tan iguales en su composición.

4. Conclusiones

Tras la experiencia podemos afirmar que este tipo de planteamiento ayuda a conseguir los objetivos fijados sobre las competencias generales de Creatividad, Capacidad de Análisis e Imaginación así como la adquisición del Conocimiento Matemático en estudio.

Señalar que los alumnos, en un primer momento, mostraron su preocupación por aplicar conceptos geométricos y expresiones algebraicas en estas áreas de expresión artística. El paso de lo abstracto a lo concreto fue una barrera, que según iban obteniendo resultados, salvaron,

en general, de una forma más que satisfactorio, motivados por la curiosidad del resultado final.

Referencias

- [1] <http://www.jeannouvel.com>
- [2] WRIGHT, Tom. *Burj al Arab hotel*, <http://wkkarchitects.com>
- [3] GUILERA, Llorenç. *Anatomía de la creatividad*, FUNDIT-Escuela Superior de Disseny. Sabadell. 2011.
- [4] <http://www.sagradafamilia.org/es/geometria>
- [5] https://es.wikipedia.org/wiki/Círculo_de_quintas

Sobre los autores:

Nombre: Ascensión Moratalla
Correo Electrónico: ascension.moratalla.delahoz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: David Guillén
Correo Electrónico: daguiba048@gmail.com
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Grupo de Innovación educativa Didáctica de las Matemáticas:

Nombre: Ascensión Moratalla
Correo Electrónico: ascension.moratalla.delahoz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Juana María Sánchez
Correo Electrónico: juanamaria.sanchez@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: M^a Agripina Sanz
Correo Electrónico: mariaagripina.sanz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: M^a Carmen Ferreiro
Correo Electrónico: mariacarmen.ferreiro@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Vicente Moratalla
Correo Electrónico: vicente_moratalla@hotmail.com
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.