

# Experiencias Docentes

## Gymkhana Matemática para estudiantes universitarios por la Ciudad Universitaria de Madrid

M<sup>a</sup> Dolores López González  
Javier Rodrigo Hitos

Revista de Investigación



ISSN 2174-0410

1 de octubre de 2011

### Resumen

Este artículo recoge la experiencia del Grupo de Innovación Educativa (GIE) "Pensamiento Matemático" de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM) en la realización de una Gymkhana Matemática por el campus de Moncloa en la Ciudad Universitaria de Madrid que tuvo lugar el 30 de septiembre de 2011.

**Palabras Clave:** Gymkhana Matemática, Competiciones de estudiantes, Matemática recreativa.

## 1. Introducción

Gran número de estudiantes que no están motivados hacia las matemáticas, pueden sin embargo verse atraídos por los jeroglíficos, los juegos o los acertijos matemáticos. Desde el Grupo de Innovación Educativa de la UPM "Pensamiento Matemático" cuya página Web es:

<http://www.caminos.upm.es/Matematicas/WEBGIE>, se ha pretendido ofrecer una actividad divertida y dinámica relacionada con las matemáticas que contribuya a incrementar el interés de los estudiantes de todas las universidades de España, pero principalmente de los alumnos de los primeros cursos universitarios, hacia las matemáticas y los conceptos técnicos, además de fomentar mejor ambiente de trabajo y cooperación.

El trabajo que aquí se presenta se centra en la descripción de la Gymkhana Matemática que se realizó el 30 de septiembre de 2011 por los diversos centros

y zonas comunes del campus de Moncloa de la Ciudad Universitaria (Madrid). Estaba dirigida a todos los alumnos matriculados en cualquier curso de cualquier universidad española.

Los miembros del GIE estamos convencidos de que existen acciones complementarias a las clases tradicionales que pueden cubrir determinados objetivos. Al plantearnos acciones como la que aquí se presenta, los objetivos principales que perseguimos son, entre otros:

1. Tratar de hacer perder el temor a las Matemáticas al alumnado, haciéndoles ver que éstas no constituyen algo aislado del mundo en el que vivimos y que pueden llegar a ser hasta divertidas.
2. Utilizar los conceptos matemáticos para hacer que los participantes se cuestionen, experimenten, estimen, exploren, hagan conjeturas y sugieran explicaciones para diversas cuestiones.
3. Desarrollar la capacidad de pensar y elaborar estrategias basadas en el razonamiento lógico-matemático.
4. Fomentar entre el alumnado el gusto por las Matemáticas.
5. Contribuir a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.
6. Apoyar y fomentar el trabajo en equipo entre los alumnos universitarios.

La competición que realizamos, titulada "Concurso Encuentra Matemáticas 2011 de la UPM: Gymkhana Matemática", ha sido la 2<sup>a</sup> Edición del Concurso Encuentra Matemáticas de la UPM que forma parte de la convocatoria del concurso de ideas para la realización de competiciones dirigida a estudiantes universitarios de grado y postgrado de la Universidad Politécnica de Madrid. La página Web de la competición es:

<http://www.caminos.upm.es/concursoem2011>.

## 2. Planteamiento de la gymkhana

La Gymkhana matemática es una prueba por equipos (entre 2 y 4 participantes) en la que los alumnos deben encontrar ciertos lugares del campus de Moncloa de la Ciudad Universitaria de Madrid y, a la vez, resolver ejercicios de matemáticas relacionados con dichos lugares.

Se citó a los participantes a las 9 de la mañana del día 30 de septiembre de 2011 en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la UPM. Allí se les explicaron las instrucciones y las normas de la competición.

### Instrucciones y normas que se entregaron a los alumnos

a) Documentación entregada a cada equipo:

Una bolsa con:

- Plano del campus de Moncloa de la Ciudad Universitaria
- Cuaderno para realizar operaciones
- Un bolígrafo
- Botella de agua
- Tentempié
- Enunciados de los problemas de camino
- Una hoja de respuestas para los problemas de camino por equipo
- Una cinta métrica por equipo

b) ¿En qué consiste la competición?

Existen dos tipos de pruebas a resolver:

1. Problemas de gymkhana

Cada equipo tendrá que resolver 7 problemas matemáticos propuestos para lo cual deberá desplazarse a diferentes lugares del campus de la ciudad universitaria de Moncloa.

La evaluación de estos ejercicios tendrá en cuenta tanto el resultado como el tiempo empleado en la resolución. Ver evaluación de la gymkhana.

2. Problemas de camino

Cada equipo tendrá también que resolver los 10 problemas que forman los denominados "problemas de camino". Dicha resolución se realizará durante los desplazamientos desde un lugar del campus a otro o en las paradas que cada equipo decida realizar.

La evaluación de estos ejercicios se hará sólo en base al resultado final. Ver evaluación de la gymkhana.

c) Desarrollo de la competición

La competición comienza a las 10 horas del 30 de septiembre de 2011.

- A cada equipo se le hará entrega de su primer destino en la Escuela de Caminos, Canales y Puertos, debe dirigirse a dicho punto de inicio.
- Al llegar a su punto de inicio debe presentarse en la mesa de control correspondiente donde se le hará entrega del enunciado del primer problema y se le tomará nota de la hora de comienzo de esa primera prueba. En esa misma mesa el grupo entregará la resolución del primer problema y se le tomará nota de la hora de entrega. En ese momento se le proporciona su siguiente destino.
- El grupo se dirigirá al segundo punto y debe presentarse en la mesa de control correspondiente donde se le hará entrega del enunciado del segundo problema y se le tomará nota de la hora de comienzo de esa prueba. En esa misma mesa el grupo entregará la resolución del problema y se le tomará nota de la hora de entrega. En ese momento se le proporciona su siguiente destino.

- Se continuará realizando el recorrido siguiendo las pautas descritas anteriormente.
- Al finalizar el recorrido con las 7 pruebas, cada equipo debe dirigirse a la sala verde de la Escuela de Caminos, Canales y Puertos donde se identificará y hará entrega de los problemas de camino.

c) Evaluación de la prueba

1. Problemas de gymkhana

Cada problema se evaluará: Planteamiento y solución correcta, 10 puntos. Planteamiento correcto y solución incorrecta, 5 puntos. En otro caso, 0 puntos.

De entre los equipos que han obtenido 10 puntos en un problema, se bonifica con 5 puntos al que ha utilizado el menor tiempo en su resolución, 3 al segundo y 1 al tercero.

2. Problemas de camino

Cada problema se evalúa con 2 puntos si la solución es correcta, 0 en otro caso.

e) Clasificación final

La clasificación final de los equipos se hará según el total de los puntos obtenidos por los mismos.

El equipo con la mayor puntuación recibirá el primer premio y el segundo clasificado el segundo premio.

f) Normas

Queda totalmente prohibido:

- Llevar móvil durante la prueba.
- Recabar ayuda de alguna persona ajena al equipo.
- Utilizar transporte de cualquier tipo. La prueba debe realizarse a pie.
- Cruzar por sitios indebidos.
- Deteriorar el mobiliario público.

Cualquier actuación irregular por parte de un equipo puede suponer su descalificación.

La hora de llegada a la Escuela de Caminos deberá ser como mucho las 14,15. El equipo que a esa hora no se haya presentado será descalificado.

g) Entrega de premios

La entrega de premios se hará en la Sala Verde de la Escuela de Caminos a las 18,30 horas del día 30 de septiembre.

Desde las 14,15 (hora máxima de finalización de la gymkhana) hasta la entrega de premios se realizarán las siguientes actividades a las que todos los participantes están invitados:

- 14,45: Comida en la cafetería de la Escuela de Caminos.
- 16,15: Proyección de la película "La habitación de Fermat" en la sala Verde de la Escuela de Caminos.

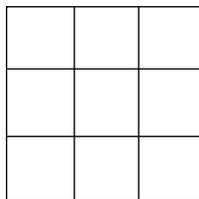
### 3. Los problemas de la gymkhana

En esta sección se muestran los problemas que se propusieron a los participantes de la gymkhana matemática, con sus soluciones. Debían enfrentarse a dos tipos de problemas, como se indicó en la sección anterior: los problemas de gymkhana y los de camino.

#### 3.1. Problemas de gymkhana en los puntos bases

Los problemas que debieron resolver los estudiantes en las siete paradas que hicieron fueron los siguientes:

1.- Mira en las fachadas de las facultades de ciencias. Descubrirás que una es prima, otra es el doble de la mala suerte y otra es un cuadrado perfecto. Pon la 2<sup>a</sup> cifra del cuadrado perfecto en el centro de la cuadrícula y completa un cuadrado mágico:



Nota: Un cuadrado mágico es la disposición de una serie de números enteros en un cuadrado o matriz de forma tal que la suma de los números por columnas, filas y diagonales principales sea la misma, la constante mágica. Usualmente los números empleados para rellenar las casillas son consecutivos, de 1 a  $n^2$ , siendo  $n$  el número de columnas y filas del cuadrado mágico. Así, en un cuadrado mágico de  $3 \times 3$  debemos acomodar todos los números del 1 al 9.

Solución:

Facultad de Ciencias Químicas...26 letras=  $2 \cdot 13$

Facultad de Ciencias Físicas...25 letras=  $5^2$

Facultad de Ciencias Matemáticas...29 letras (primo)

Hay que poner la segunda cifra del cuadrado perfecto, es decir 5, en el centro del cuadrado (única opción para poder completar el cuadrado mágico). Una solución es:

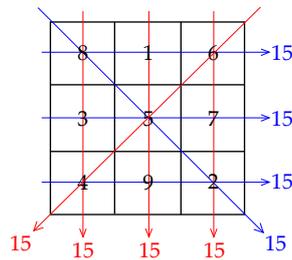


Figura 1. Solución del cuadrado mágico  $3 \times 3$

2.- En 1927 se planteó la construcción de un barrio universitario, la llamada desde entonces “Ciudad Universitaria”, en la zona de Moncloa, en terrenos cedidos por el rey Alfonso XIII para tal fin, conocidos antiguamente como «Los descampados» o los «Altos de la Moncloa». Entre la Escuela de Caminos y la Facultad de Biología (en el paraninfo de la Universidad Complutense) encontrarás a este rey subido a un pedestal de esta forma que aparece en la imagen.

Determina el volumen de la figura que resulta de extraer al paralelepípedo rectangular exterior el interior.



Figura 2. Pedestal de la estatua del rey Alfonso XIII

Solución:

Tomando las medidas queda que las dimensiones del paralelepípedo exterior son 150, 117, 117 y las del interior son 150, 100, 100 (sólo considerando hasta la altura del paralelepípedo del que se extrae), luego el volumen del primer paralelepípedo es  $150 \times 117 \times 117$  (área de la base  $\times$  altura), y el del segundo  $100 \times 100 \times 150$ , por lo que el volumen pedido es:  $150 \times 117 \times 117 - 100 \times 100 \times 150 = 150(117^2 - 100^2) = 553350 \text{ cm}^3$ .

3.- Si te encontraras enfermo ¿a qué facultad te dirigirías? Cerca de allí encontrarás el monumento de Los Portadores de la Antorcha de la escultora estadounidense Anna Hyatt Huntington. La escultura fue fundida en aluminio en 1954. Un año después la autora decidió donar la obra a la Villa de Madrid. El monumento fue inaugurado el 15 de mayo de 1955 en su emplazamiento actual.

El pedestal, a modo de plataforma cilíndrica, es de piedra.

En dicho pedestal figuran tres inscripciones, una en inglés y dos en español.

Calcular el mínimo número de placas de la inscripción en inglés que serían necesarias para recubrir la superficie lateral del pedestal cilíndrico.



Figura 3. Monumento de Los Portadores de la Antorcha

Solución:

Primero hay que determinar el área de la superficie lateral del cilindro.

Para ello:

- Medir la longitud de la circunferencia a través de la medida por ejemplo de un cuarto de la misma o del lado de una placa de las que lo recubre y multiplicar por el número de placas:

Hay 12 placas de lado 118, por lo que la longitud de la circunferencia es  $12 \times 118 = 1416$

- Medir la altura del pedestal: 115

Así la superficie lateral del cilindro es  $1416 \times 115 = 162840$

Luego hay que determinar el área de la placa de la inscripción en inglés. Para ello medimos los lados (base y altura): 153, 82 y el área es  $153 \times 82 = 12546$

Por último hallamos el mínimo  $n$  tal que  $n \times (\text{área de la placa}) \geq \text{área de la superficie cilindro}$ , resolviendo esta inequación en  $n$  y dando el mínimo natural que la cumple:  $n \times 12546 > 162840$ , por lo que  $n = 13$ .

4.- Dirígete al metro y busca su logotipo. Como no queremos que nadie se accidente y tenga que visitar forzosamente la facultad de medicina, entra en el vestíbulo donde encontrarás logotipos a tu alcance. Fíjate en aquél cuyo rombo exterior tenga la diagonal mayor de longitud igual a 50 cm. Utiliza este logotipo para contestar a las siguientes preguntas:



Figura 4. Logotipo del metro de Madrid

a) Determina la razón entre el área del rectángulo incluido en el rombo exterior y el área de dicho rombo.

b) El rectángulo del apartado anterior no es el de mayor área que puedas incluir en el rombo. A este respecto os pedimos determinar las dimensiones del rectángulo inscrito en el rombo exterior que tenga área máxima.

Solución:

a) Encontrar el logotipo adecuado midiendo la diagonal del rombo exterior en el vestíbulo del metro de Ciudad Universitaria.

- Medir las diagonales  $D$  y  $d$  del rombo para calcular su área (50 y 30):

$$A_1 = \frac{D \cdot d}{2}, \text{ es decir } A_1 = 750.$$

- Medir los lados del rectángulo azul  $L$  y  $l$  para calcular su área (24 y 10).

$$\text{Con ello } A_2 = L \cdot l, \text{ es decir } A_2 = 240.$$

- Hallar  $\frac{A_2}{A_1} = 0,32$ .

b) Planteamos el problema de maximización. Para ello es adecuado tomar un sistema de referencia centrado en el centro del rectángulo con lo que midiendo distancias se tienen las coordenadas de los vértices del rombo:

$$(-25,0), (25,0), (0,15), (0, -15).$$

Esto determina las ecuaciones de las rectas que contienen a sus lados. Los vértices del rectángulo inscrito buscado deben verificar estas ecuaciones lo que los determina en función de un parámetro. Con los vértices del rectángulo se determina el área del mismo y se maximiza en función de ese parámetro.

Punto en la recta que une los vértices:  $(x, y)$  tal que  $y = \frac{3}{5}(25 - x)$ .

El área de ese rectángulo es  $2x \cdot 2y$ , es decir  $\frac{12}{5}(25x - x^2)$ .

Derivamos la expresión, igualamos a cero y solucionamos:

$$x = 12,5 \text{ con lo que } y = 7,5$$

Las dimensiones buscadas son un rectángulo de lados de longitud 25 y 15.

5.- Tu destino es una Escuela Técnica Superior cuyo nombre tiene un número de letras que es un cuadrado perfecto. Dicho nombre comienza con la primera letra del abecedario y la otra única vocal que contiene es una cónica de características especiales.

Entra en el hall principal de esta escuela y mira al techo, encontrarás un anillo dividido en sectores y limitado por dos circunferencias que supondremos de radios 3 y 5 metros. Determinar el área de uno de los sectores anteriormente citados

Solución:

Deben ir a AGRONOMOS.

Tiene 9 letras (32). Comienza por A y la otra vocal es la O (cónica elipse de excentricidad nula o semiejes iguales).

El número de sectores es 16.

El área del anillo es la resta de las áreas de los círculos que lo forman:  $16\pi$ .

El área de cada sector es  $\pi$ .

6.- Entre la Escuela de Caminos y el metro está la facultad “mejor informada”. En ella encontrarás una cuadrícula rectangular en una de sus fachadas.



Figura 5. Fachada con la cuadrícula

Sitúa el origen de coordenadas de un sistema cartesiano que tiene por ejes los bordes de la cristalera en el extremo inferior izquierdo de la cuadrícula. La unidad de medida será cada uno de los elementos que forman las ventanas (partes en que está dividido el ventanal).

En este sistema de referencia encuentra la ecuación implícita de la recta que pasa por el origen y es perpendicular a la recta que une el extremo inferior derecho con el superior izquierdo de este panel.

Solución:

El destino es la facultad de ciencias de la información.

Contando el número de divisiones de la cuadrícula, debe determinarse la recta que pasa por los puntos  $(40, 0)$  y  $(0, 7)$ .

Así la ecuación de la recta que une el extremo inferior derecho con el superior izquierdo de este panel es  $7x + 40y = 280$ .

La recta pedida es por tanto:  $40x - 7y = 0$ .

7.- Al lado de la facultad más biológica, están las escuelas más ecológicas del campus, dirígete a la que es una escuela superior. En su hall encontrarás unas secciones de árboles. Busca la que tiene dos números que son primos relativos, es decir, su máximo común divisor es 1.

Llamamos a al número formado por las dos últimas cifras del menor de los dos y b al número formado por las dos últimas cifras del mayor.

Se proponen encontrar los dos números enteros  $x$  e  $y$  con menor valor ab-

soluto tales que:

$$ax + by = 4$$

Solución:

La escuela es Montes. En el hall se encuentra una sección de árbol con las medidas 122 y 135 (números primos relativos).

La ecuación a resolver es entonces  $22x + 35y = 4$ .

Despejando tenemos que  $x = \frac{4 - 35y}{22}$ , como debe ser un número entero,  $4 - 35y$  debe ser par, es decir  $y = 2k$  con  $k$  entero.

Sustituyendo este valor de  $y$  y simplificando:  $x = \frac{2 - 35k}{11}$ . Dando valores a  $k$ , se obtiene para  $k = 1$ :  $x = -3$  e  $y = 2$ , que es la solución entera cuyas componentes tienen menor valor absoluto.

Nota: Este problema puede resolverse de forma más rigurosa usando el Algoritmo de Euclides y el Teorema de Bezout.

### 3.2. Problemas de camino

Los problemas que se propusieron a los concursantes para que resolvieran en los desplazamientos entre las distintas paradas son los siguientes:

1.- Con tres números

Es posible conseguir 6 con tres unos, tres doses, tres tresses, tres cuatros, tres cincos, tres seises, tres sietes, tres ochos y tres nueves utilizando operaciones diversas. Hazlo de cuatro formas distintas.

Solución:

$$(1 + 1 + 1)! = 6$$

$$2 + 2 + 2 = 6$$

$$3 \cdot 3 - 3 = 6$$

$$4^{1/2} + 4^{1/2} + 4^{1/2} = 6$$

$$\frac{5}{5} + 5 = 6$$

$$6 + 6 - 6 = 6$$

$$7 - \frac{7}{7} = 6$$

$$8^{1/3} + 8^{1/3} + 8^{1/3} = 6$$

$$9^{1/2} + 9^{1/2} + 9^{1/2} = 6$$

(Basta con que den cuatro de estas nueve formas)

## 2.- El astuto jardinero

Hace muchos, muchos siglos atrás, una reina muy extravagante encargó a su jardinero que plantara 12 árboles en 6 filas de 4 árboles cada una, de lo contrario haría cortar su cabeza. El jardinero quedó asombrado por un instante, pero luego dijo que lo haría con rapidez y facilidad.

¿Cómo hizo el astuto jardinero para salvar su preciada vida?

Solución:

Tres posibles soluciones son:

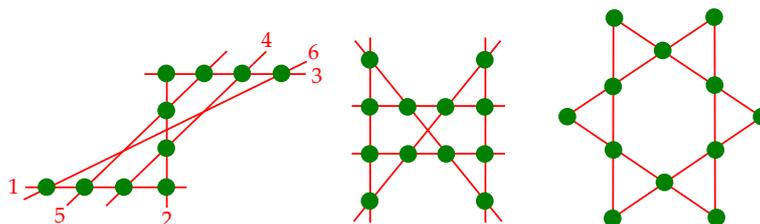


Figura 6. Posiciones de los árboles

## 3.- El oro del jeque

Un jeque tiene que transportar 100 lingotes de oro de 1 kilogramo de peso cada uno. Para ello tiene 10 camellos y 1 vigilante para cada camello. Cada uno de estos camellos transporta 10 lingotes. Al final del viaje el confidente del jeque le dice que uno de los vigilantes le ha robado 1 gramo de oro por lingote de los 10 lingotes que ese vigilante transportaba, pero no sabe de qué vigilante se trata. ¿Cómo puede adivinar el jeque qué vigilante le ha robado, sabiendo que sólo dispone de una báscula con la cual puede realizar una única pesada?

Nota: es una báscula y no una balanza. O sea, mide el peso exacto de lo que se coloca sobre ella.

Solución:

Se toma un lingote del primer camello, dos lingotes del segundo, tres del tercero y así hasta el último camello. Se pesan todos juntos en la balanza y si falta 1 gramo, sabemos con certeza que el ladrón es el vigilante del primer camello (ya que sólo pusimos uno de sus lingotes), si faltan 2 gramos el ladrón es el vigilante del segundo camello, si faltan 3 es el vigilante del tercer camello y así sucesivamente.

## 4.- El abuelo y el nieto

Lo que voy a contar sucedió en 1932. Tenía yo entonces tantos años como expresan las dos últimas cifras del año de mi nacimiento. Al poner en conocimiento de mi abuelo esta coincidencia, me dejó pasmado al contestarme que con su edad ocurría lo mismo.

Me pareció imposible.

Pues es completamente posible. Mi abuelo me lo demostró. ¿Cuántos años teníamos cada uno de nosotros?

Solución:

El nieto, evidentemente, ha nacido en el siglo XX. Las dos primeras cifras del año de su nacimiento, por consiguiente, son 19; ése es el número de las centenas. El número expresado por las cifras restantes, sumado con él mismo, debe dar como resultado 32. Es decir, que este número es 16: el año de nacimiento del nieto es 1916, y en 1932 tenía 16 años.

El abuelo nació, claro está, en el siglo XIX; Las dos primeras cifras del año de su nacimiento son 18. El número duplicado, expresado por las restantes cifras, debe sumar 132. Es decir, que su valor es igual a la mitad de este número, o sea, a 66. El abuelo nació en 1866 y en 1932 tenía 66 años.

De este modo, el nieto y el abuelo tenían en 1932, tantos años como expresan las dos últimas cifras de los años de su nacimiento.

5.- Los billetes de ferrocarril

Soy cajera en una estación de ferrocarril y despacho billetes.

No sospecháis el número tan grande de billetes que debe manejar la cajera de una estación. Es indispensable que los pasajeros puedan adquirir billetes desde la indicada estación hasta cualquiera otra del mismo ferrocarril y, además, en ambas direcciones. Presto mis servicios en una línea que consta de 25 estaciones. ¿Cuántos billetes diferentes pensáis que ha preparado la empresa para abastecer las cajas de todas las estaciones?

Solución:

En cada una de las 25 estaciones, los pasajeros pueden pedir billete para cualquier estación, es decir, para los 24 puntos diferentes.

Esto indica que el número de billetes diferentes que hay que preparar es de  $25 \cdot 24 = 600$ .

Si los pasajeros desean adquirir billetes no solamente de "ida", sino también de vuelta, es decir, de ida y vuelta, el número de billetes diferentes aumenta el doble, o sea, se necesitarán 1200.

6.- Con cuatro unidades

¿Cuál es el número mayor que se puede escribir con cuatro unos?

Solución:

A esta pregunta se responde con frecuencia: 1111. Sin embargo, puede formarse un número mucho mayor: once elevado a la undécima potencia. Si tienes paciencia para llevar hasta el fin esta operación podrás convencerte de que este número es superior a 280000 millones. Por consiguiente, supera a 1111 en 250 millones de veces.

7.- El ladrillito

Un ladrillo de los usados en la construcción pesa 4 kilogramos. ¿Cuánto pesaría un ladrillito de juguete hecho del mismo material y cuyas dimensiones sean todas cuatro veces menores?

Solución:

Decir que el ladrillito de juguete pesa 1 kilogramo es una gran equivocación. El ladrillito no es sólo cuatro veces más corto que el ladrillo de verdad, sino que es también cuatro veces más estrecho y cuatro veces más bajo, por lo tanto, su volumen y peso son:  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  veces menores. Por tanto, la respuesta correcta es:  $4000 : 64 = 62,5$  gramos.

8.- El problema de los trozos de papel:

Cortamos una hoja de papel en cuatro trozos. Seguidamente tomamos uno, dos, tres o los cuatro (a nuestra elección) y nuevamente los partimos cada uno en cuatro trozos. Proseguimos así las veces que queramos, partiendo siempre en cuatro trozos algunos o todos los resultantes de particiones anteriores.

¿Será posible, de esta forma, obtener 43 trozos? ¿Y 59?

Solución:

Cada vez que partimos un pedazo de papel, incrementamos el número total de trozos en 3 unidades.

Como habíamos partido de una sola unidad (la hoja de papel), el número resultante será siempre un múltiplo de 3 más uno. Para comprobar si un número cumple con esta condición, bastará con dividirlo entre tres y observar si el resto es 1. El 43 sí cumple, pero no 59. Por tanto será posible obtener 43 trozos, pero no 59.

9.- Problema de las mechas:

Hemos perdido nuestro cronómetro y sólo disponemos de un par de mechas absolutamente distintas e irregulares en lo que se refiere a composición, longitud y velocidad de combustión; es decir, que arden de una manera absolutamente irregular. También disponemos de una caja de cerillas para prender fuego a nuestras mechas. Se sabe a ciencia cierta que cada una de las dos mechas arde exactamente una hora.

En estas circunstancias, nos piden que cronometremos 45 minutos. ¿Cómo podríamos hacerlo?.

Solución:

Encender una de ellas por los dos extremos y la otra por uno. Cuando la primera mecha se consuma (obviamente a los 30 minutos), se enciende el segundo extremo de la segunda. De ella quedan 30 minutos, pero encendida por los dos extremos sólo durará 15. En total,  $30 + 15 = 45$  minutos.

10.- Trayectorias

Considera un sistema de referencia cartesiano. Se pide el número de trayectorias escalonadas del punto hasta el si en cada paso sólo se puede ir una unidad a la derecha ó una hacia arriba.

Solución:

Si llamamos "D" a un paso a la derecha y "A" a un paso hacia arriba, cada trayectoria es una ordenación de 5 D's y 3 A's (por ejemplo ADADDDDA). Entonces el número de trayectorias es el número de permutaciones de 8 ele-

mentos de los cuales 5 son de una clase y 3 de otra, es decir:

$$PR_8^{5,3} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56$$

## 4. Conclusiones

Toda acción destinada a la divulgación, motivación y acercamiento a las matemáticas que pueda complementar el aprendizaje de esa ciencia, debe ser bienvenida por parte de los docentes. La experiencia que nosotros hemos extraído de la realización de esta Gymkhana ha sido del todo positiva y la recomendamos a todos los niveles de enseñanza.

Hay que destacar, la implicación desde un principio de los alumnos en la elaboración de la prueba, se ha contado con varios de ellos para el desarrollo de la misma (para ayudar como asistentes en los puntos de control).

El objetivo primordial que giraba en torno a utilizar la “Matemática Recreativa” para fomentar el ingenio personal y el trabajo en equipo, la investigación autónoma de estrategias, la puesta en práctica de los conocimientos matemáticos y el acercamiento de los estudiantes a dichos conceptos, se ha alcanzado totalmente.

Esperamos que nuestra experiencia pueda servir a otros profesionales para realizar acciones útiles para sus estudiantes.

## 5. Reportaje Gráfico



Algunas imágenes de la prueba



Más imágenes de la prueba

## Referencias

- [1] Aula de Pensamiento Matemático  
<http://innovacioneducativa.upm.es/pensamientomatematico>
- [2] COLECTIVO DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS “REY HEREDIA”. Gymkhana matemática por Córdoba, Consejería de Educación y Ciencia, Córdoba, 2000.
- [3] Concurso Encuentra matemáticas 2010 de la UPM:  
<http://www.caminos.upm.es/matematicas/concursoem2010/>
- [4] Concurso Encuentra matemáticas 2011 de la UPM:  
<http://www.caminos.upm.es/concursoem2011>
- [5] GIE Pensamiento Matemático  
<http://www.caminos.upm.es/Matematicas/WEBGIE>

**Sobre los autores:**

*Nombre:* María Dolores López González

*Correo Electrónico:* [marilo.lopez@upm.es](mailto:marilo.lopez@upm.es)

*Institución:* Grupo de Innovación Educativa Pensamiento Matemático. Universidad Politécnica de Madrid, España.

*Nombre:* Javier Rodrigo Hitos

*Correo Electrónico:* [jrodrigo@upcomillas.es](mailto:jrodrigo@upcomillas.es)

*Institución:* Grupo de Innovación Educativa Pensamiento Matemático. Universidad Pontificia Comillas, España.