

Enseñanza de la geometría a través de Grace Chisholm Young

Adela Salvador, María Molero,
Agripina Sanz, Francisca Canovas.
Universidad Politécnica de Madrid

Esquema

- Biografía de Grace Chisholm Young
- Similitudes con otras mujeres matemáticas
- Párrafos de su libro: “*Primer libro de geometría*”
- Actividades de aula

1. Biografía de Grace Chisholm Young

(1868 - 1944) Inglaterra

- Nació en 1868 en Inglaterra durante el reinado de la reina Victoria.
- Familia de clase alta
- Su madre, Anna Louisa Bell, era una buena pianista que daba recitales de violín y piano.
- Grace fue la pequeña de cuatro hermanos varones.

1.1. Estudios

- Su educación fue informal. Le gustaba el cálculo mental y la música.
- Con 17 años pasó los exámenes de Cambridge.
- Se ocupó de trabajos sociales.
- En 1889 ingresó y en 1893 obtuvo su diploma en Cambridge (Gritón Collage).
- Asistió a las clases de Arthur Cayley por indicación de su tutor, William Young.

1.2. Doctorado

- Fue a Göttingen a doctorarse (al igual que Sofía Kovalevskaya y Emmy Noether)
- Había elegido el lugar adecuado en el momento oportuno
 - Felix Klein
 - Conformidad del Ministerio de Cultura de Berlín
- El título de su memoria de doctorado es “*Grupos algebraicos y trigonometría esférica*”
- En 1895 obtuvo su doctorado



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

6

1.3. Matrimonio

- Se casó con William Young en 1896
- El primer año vivieron en Cambridge pero luego se mudaron a Alemania.
- Tuvo seis hijos.
- Se ocupó de la educación de los hijos
- *“Cuando William estaba en casa monopolizaba completamente la vida de Grace. Él sabía que sus demandas eran excesivas, pero...”*



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

8

1.4.Su obra

- Colabora con William Young en un libro de Astronomía.
- Escribe en 1905 *Primer libro de Geometría*.
- Los más de 200 artículos que publicaron juntos llevaron impresa la autoría exclusiva de su marido.
- Cuando William estuvo en la India en la universidad de Calcuta, ella elaboró una serie de textos sobre los fundamentos del cálculo diferencial e integral



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

10

2. Logros y dificultades de otras mujeres matemáticas

- 1) Hipatia
- 2) Émilie, marquesa de Châtelet
- 3) Sophie Germain
- 4) Caroline Herschel
- 5) María Gaetana Agnesi
- 6) Ada Lovelace
- 7) Mary Somerville
- 8) Sonia Kovalevskaya
- 9) Emmy Noether
- 10) Grace Chisholm Young

Elementos comunes

- Educación
- Reconocimiento de su trabajo científico
- Identificación del autor. Utilización del nombre
- Vivir de su trabajo profesional
- Acceso a las instituciones científicas

Hipatia

- *La leyenda de Hipatia de Alejandría nos muestra a una joven, virgen y bella, matemática y filósofa, cuya muerte violenta marca un punto de inflexión entre la cultura del razonamiento griego y el oscurantismo del mundo medieval. Fue recordada como una gran maestra y admirada por la magnitud de sus conocimientos. Era considerada como el mejor matemático vivo del mundo greco-romano.*
- *Enseñó Matemáticas, Astronomía y Filosofía, escribió muchos trabajos. Construyó instrumentos científicos como el astrolabio y el hidroscoPIO.*

Hipatia



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

14

Hipatia

Una porción de su trabajo original sobre Cánones astronómicos de Diofanto se encontró en el siglo XV en la biblioteca del Vaticano.

- *Comentó las grandes obras de la matemática griega como la “Aritmética” de Diofanto, en 13 libros*
- *Tratado Sobre la geometría de las **cónicas de Apolonio**, en 8 tomos.*
- *el libro III del “Almagesto” de Tolomeo,*
- *Revisó y comentó, junto a su padre, los “Elementos” de Euclides y*
- *Comentarios a la **Sintaxis de Tolomeo. “Almagesto”** (Gran libro).*
- *El **Canon Astronómico**: tablas*

Gabrielle Émilie de Breteuil, marquesa de Châtelet Francia (1706-1749)

- Tradujo los *Principia* de Newton
- Divulgó los conceptos del cálculo diferencial e integral.
- Publicó varios ensayos de filosofía y ciencia: *Ensayo de óptica, Disertaciones sobre la naturaleza y propagación del fuego* y el "**Discurso sobre la felicidad**" ("Essai sur l'optique", 1736, "Dissertation sur la nature et la propagation du feu", 1737).
- Escribió *Las instituciones de la física* ("Les Institutions de Physiques») 1740

Mme. de Châtelet



Mme. de Châtelet

- *“Confesaré que es tiránica. Para hacerle la corte es necesario hablarle de Metafísica, cuando uno querría hablar de amor.”*

(Voltaire, agosto 1733)

- *“En imaginación y en razón está por delante de las gentes que presumen de una y otra cosa”, “lee álgebra como quien lee una novela”, “después de escribiros voy a ir a su encuentro y a aprovechar más de su conversación que aprendería en los libros”*

Voltaire

- *“La obra es de una dama, y lo que aumenta su prodigio es que esta dama, habiendo sido educada en las disipaciones que conlleva un nacimiento de rango, no ha tenido por maestro más que su genio y su aplicación en instruirse”.*

(Maupertuis)

“Espero que inspire el amor por las matemáticas y por el estudio a mi hijo” (Correspondencia con Bernoulli, 28 abril 1739)

Mme. de Châtelet

- *Quien dice sabio dice feliz, al menos en mi diccionario... Cuanto menos depende nuestra felicidad de los demás, más fácil nos resulta ser felices. No temamos cortar demasiado en esto, pues siempre dependemos demasiado.*
- *Por esta razón de independendencia, el amor al estudio es de todas las pasiones la que más contribuye a nuestra felicidad. En el amor al estudio se encuentra encerrada una pasión a la que nunca son totalmente ajenas las almas elevadas, la de la gloria; diríase incluso que ésta es la forma adquirida para la mitad del mundo, y es a esta mitad precisamente a la que la educación deja sin medios, haciendo imposible su goce.*
- *Es seguro que el amor al estudio es bastante menos necesario para la felicidad de los hombres que para la de las mujeres. Los hombres tienen infinitud de recursos para ser felices de los que carecen totalmente las mujeres.*

Sophie Germain

- París (1776-1831)
- Presentó un trabajo firmándolo como Antoine-Auguste Le Blanc. El trabajo impresionó a J. Lagrange
- **Teoría de Números.** Escribió cartas a **Gauss** mostrando sus investigaciones firmadas con el seudónimo "*Le Blanc*".
- Obtiene un resultado a propósito de la **Conjetura de Fermat**.
Números primos de Sophie. Teorema de Germain
- *Mémoire sur les Vibrations des Surfaces Élastiques*
- *Recherches sur la théorie des surfaces élastiques*
- Teoría general de la elasticidad: desarrolla la noción de radio de curvatura
- *Considérations générales sur les Sciences y les Lettres*

Sophie Germain



María Gaetana Agnesi

Milán. Italia (1718-1799)

- Su padre fue profesor en la universidad de Bolonia
- Todavía niña, conocía siete lenguas: italiano, latín, francés, griego, hebreo, alemán y español.
- A la edad de **nueve** años habló durante una hora en **latín**, ante una asamblea culta, sobre el derecho de la mujer a estudiar ciencias y sobre como las artes liberales no eran contrarias al sexo femenino.

María Gaetana Agnesi



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

23

María Gaetana Agnesi

- A los 17 años criticó el tratado sobre las **cónicas** de G. F. l'Hôpital.
- 1738, publicó una colección completa de 190 trabajos sobre ciencias naturales y filosofía titulada ***Proposiciones Filosóficas*** donde se recogen exposiciones sobre lógica, mecánica, hidráulica, elasticidad, química, botánica, zoología, mineralogía, astronomía...
- En 1748 aparecieron sus ***Instituciones Analíticas*** (*Instituzioni Analitiche*)
- “La bruja de Agnesi”

Mary Somerville

- (1780-1872) Escocia
- “La Reina de las Ciencias del siglo XIX”
- Educación
- Casó con S. Greig, enviudó, con dos hijos pequeños.
- Independiente económicamente. Compró libros de matemáticas
- Medalla de plata
- Vuelve a casarse con su primo, William Somerville

Mary Somerville



Mary Somerville

- **Trabajos:** *On the magnetizing power of the more refrangible solar rays*, “Experimentos sobre la transmisión de radiaciones químicas del espectro solar a través de diferentes medios”
- *Experiments on the transmission of chemical rays of the solar spectrum across different media*, “Sobre la acción de los rayos del espectro en zumos”
- *On the action of the rays of the spectrum on vegetable juices.*
- *The Connexion of the Physical Sciences*
- *Physical Geography*
- *On Molecular and Microscopic Science*
- *On the Theory of Differences*
- **Traduce la mecánica celeste de *Laplace*: *Mechanism of the Heavens***

Mary Somerville

“He escrito libros que nadie puede leer. Sólo dos mujeres han leído la “Mecánica Celeste”, ambas son escocesas: la señora Greig y usted” (Laplace)

“Tengo 92 años, ... , mi memoria para los acontecimientos ordinarios y especialmente para los nombres de las personas es débil, pero no para las matemáticas o las experiencias científicas. Soy todavía capaz de leer libros de álgebra superior durante cuatro o cinco horas por la mañana, e incluso de resolver problemas”. (Somerville).

Sofía Kovalevskaya



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

29

Sofía Kovalevskaya

- Escribió: “*Sur la Théorie des Équations Différentielles Partielles*” obra en la que aparece el teorema Cauchy-Kovalevsky sobre la existencia y unicidad de esas ecuaciones.
- “*Sur la Réduction d’une Classe Finie d’Intégrales Abéliennes de Troisième Ordre*”
- “Recherche Supplémentaire et Observations sur la Recherche de Laplace sur la Forme des Anneaux de Saturne et Sur la Propriété d’un Système d’Équations”
- Le concedieron "*In absentia*" el Doctorado de Filosofía en Matemáticas de la Universidad de Göttingen.
- "*Desgraciadamente mi fuerte no eran las tablas de multiplicar*".
- Universidad de Estocolmo
- Ganó el “*Prix Bordin*” (Premio Bordín) que se ofrecía al mejor trabajo sobre la rotación de un cuerpo rígido alrededor de un punto fijo, con su trabajo: “*Sur le Problème de la Rotation d’un Corp Solide autour d’un Point Fixe*”

Sofía Kovalevskaya

- (1850-1891) Rusia
- *“La vida de Sofía Kovalevskaya es una vida emocionante”*
- Ella imaginaba las matemáticas como *“una ciencia superior, misteriosa, que ofrece a sus iniciados un mundo nuevo y maravilloso, inaccesible al común de los mortales”*.
- Para poder estudiar hizo un matrimonio blanco
- Decidió estudiar con **Weierstrass** para lo que se trasladó a Berlín

Emmy Noether

(1882-1935) Alemania

- Su padre, Max Noether era profesor de la universidad de Erlangen
- Recibió una educación convencional: cultura clásica, piano, y que cocinara, limpiara, y participara en bailes, que era la actividad que más la gustaba. Estudió francés e inglés.
- La admisión de mujeres estudiantes "destrozaría todo orden académico", se le autorizó a asistir a clase en 1900 con un permiso especial, que sin embargo no le daba derecho a examinarse. ¡Era la única alumna entre 984 estudiantes!
- Teoría de los invariantes obtuvo el grado de doctor "cum laude" en 1907.
- Durante los años siguientes trabajó en el Instituto matemático de Erlangen sin percibir salario alguno.
- Göttingen: "*Teorema de Noether*"
- Hilbert en Göttingen, "*no veo por qué el sexo de la candidata es un argumento contra su nombramiento como docente. Después de todo no somos un establecimiento de baños*".
- Ser una intelectual, pacifista, judía y liberal la obligó a abandonar Alemania.

Emmy Noether



15/04/2009

Congreso Matemática Aplicada a
Ingeniería y Arquitectura

33

Caroline Lucretia Herschel

(1750-1848)

- Nació en Alemania aunque vivió una gran parte de su vida en Inglaterra
- *“Sólo hice para mi hermano lo que hubiera hecho un cachorro bien adiestrado: es decir, hice lo que me mandaba. Yo era un simple instrumento que él tuvo que tomarse el trabajo de afilar”* (Herschel).
- *Barredor de cometas*
- *“Hoy calculé 150 nebulosas. El objeto de anoche es un cometa”.*
- Descubrió las nebulosas Cetus y Andrómeda, y 10 cometas. Catálogo de Estrellas (1798)
- Medalla de oro de la Sociedad Real de Astronomía (78 años). Miembro honorario (85)
- Medalla de oro de las Ciencias. Prusia. (96)

Ada Lovelace

(1815-1852) Gran Bretaña

- **Mujeres informáticas**
- Babbage enseñó a Ada y a su madre su *Máquina de Diferencias Finitas*, y les comentaba sus ideas para generalizarla en una *Máquina Analítica*
- *Traduce las memorias de L. F. Menabrea sobre las ideas de Babbage*
- *Lenguaje Ada*

Grace Murray Hopper

(1906-1992) nació en USA

- **Mujeres informáticas:** Ada; un grupo de cien mujeres las que programaron el ENIAC.
- Se doctoró en matemáticas en la universidad de Yale
- Trabajó en Naval Reserve en el Mark I
- Compilador. El lenguaje **COBOL**
- Fue nombrada por *Data Processing Management Association* “**el Hombre del año**”

3. Primer libro de Geometría (*First Book of Geometry*)

- Se publicó en 1905 en Londres
- En 1908 “*Der Kleine Geometer*”
- En 1921 en hebreo
- En 1970 se ha reeditado “*Beginner’s Book of Geometry*”

BEGINNER'S BOOK
OF
GEOMETRY

BY
GRACE (CHISHOLM) YOUNG,
PHIL. DOC. (GÖTTINGEN)
*Formerly Sir Francis Götting's Fellow of Götting College,
Cambridge*

AND
W. H. YOUNG, M.A., Sc.D.
Formerly Fellow of Trinity, Cambridge
CHIEF EXAMINER IN MATHEMATICS TO THE CENTRAL
WELSH BOARD, EXAMINER TO THE UNIVERSITIES
OF LONDON AND WALES, ETC.

CHELSEA PUBLISHING COMPANY
BRONX, NEW YORK

3. Primer libro de Geometría

- *“En cierto sentido la geometría plana es más abstracta que la tridimensional, o también llamada Geometría del Sólido”*, (Young; 1970, Introduction).

- Los escolares no han adquirido previamente el hábito de la observación geométrica, no se les ha animado a la práctica natural del pensamiento en dimensión tres, que recibe mucha menos atención que la geometría del plano.

Una de las razones por las que la **geometría plana** ha mantenido esta situación privilegiada durante cientos de años y se estudia en los cursos preliminares es probablemente debido al **valor didáctico del dibujo** de los diagramas planos en papel o en la pizarra o en otros medios equivalentes.

Estos métodos tienen las siguientes ventajas:

- 1. No requieren un equipamiento especial.
- 2. Es fácil de enseñar y comprender, y sólo requiere cuidado y práctica.
- 3. Los diagramas pueden reproducirse tan a menudo como sea necesario, incluso por el estudiante, adquiriendo la necesaria destreza.

- *“El obstáculo en el camino del propio desarrollo de las ideas geométricas ha sido la carencia de un **método** que ocupe el lugar del dibujo de la geometría plana.*
- ***El dibujo de los cuerpos sólidos es demasiado difícil.***
- *Los modelos, la mayor parte de cartón, tienen el mismo defecto... son relativamente caros y requieren constante supervisión”.*

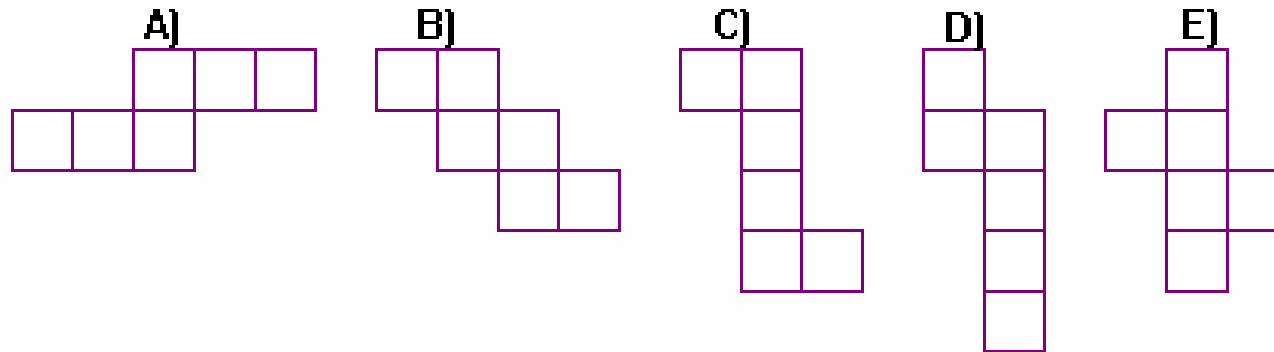
- Grace opinaba que el alumnado debía **construir** figuras espaciales:
- Diagramas de figuras tridimensionales
- “*Los métodos adoptados en el presente libro requieren pocos utensilios, sólo **papel**, ocasionalmente unos pocos alfileres, un lápiz y un par de **tijeras**”.*

4. Actividades para el aula

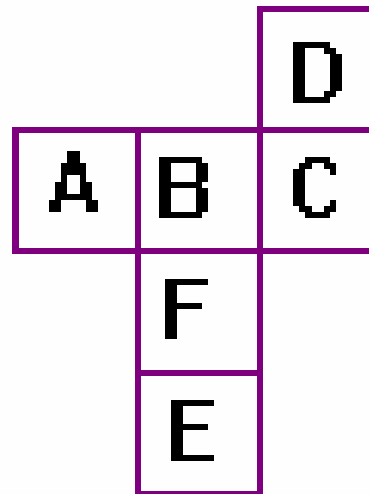
- **Construir poliedros** utilizando **materiales** muy variados:
 - **Poliedros regulares**
 - **Deltaedros**
 - **Bipirámides**
 - **Antiprismas**

Del desarrollo al cuerpo

¿Cuál de las siguientes figuras no representa el desarrollo de un cubo?

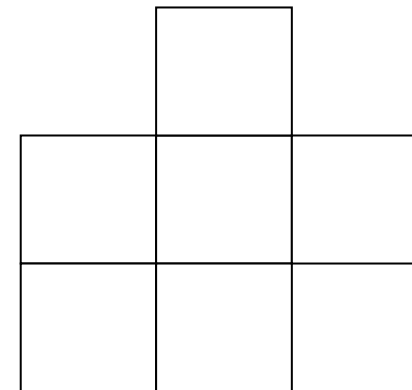
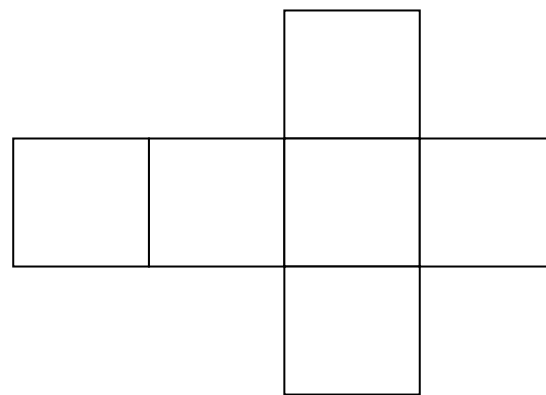
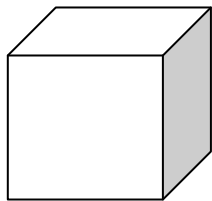


Al formar un cubo con el desarrollo de la figura, ¿cuál será la letra opuesta a F?

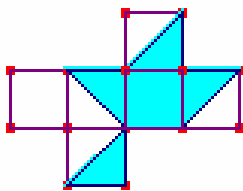


Obtener todos los hexaminos con los que sea posible construir un cubo.

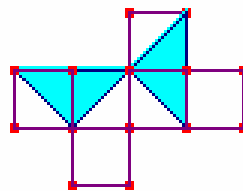
Utiliza una trama de cuadrados o papel cuadriculado, y busca todos los diseños de seis cuadrados que se te ocurran. Decide cuáles pueden servir para construir un cubo



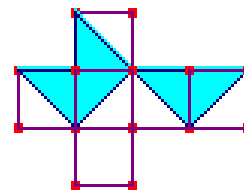
- A partir de uno de estos desarrollos bicolores, se puede fabricar un cubo, de forma que los colores sean los mismos en las dos partes de cada una de las aristas. ¿Cuál de ellos lo verifica?



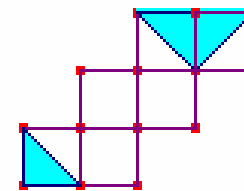
A)



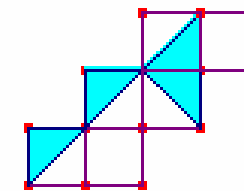
B)



C)

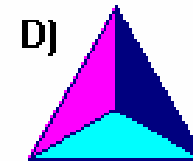
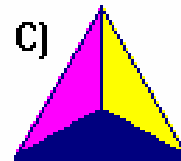
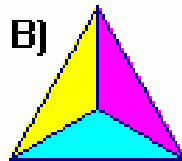
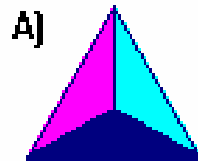
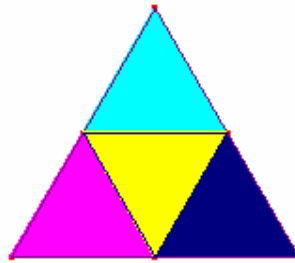


D)



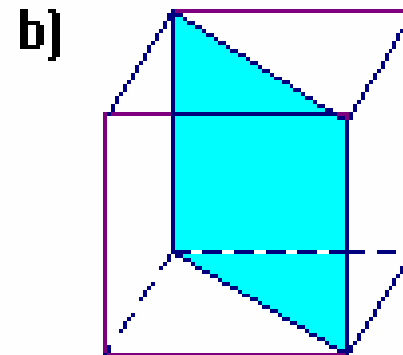
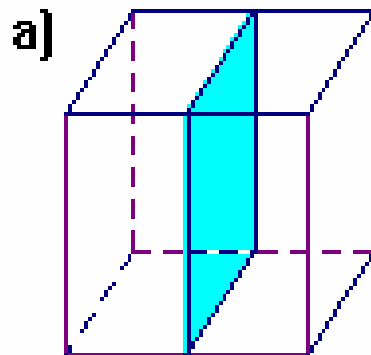
E)

El triángulo de la figura se ha plegado para obtener un tetraedro. Teniendo en cuenta que el triángulo no está pintado por detrás. ¿Cuál de las siguientes vistas en perspectiva del tetraedro es falsa?

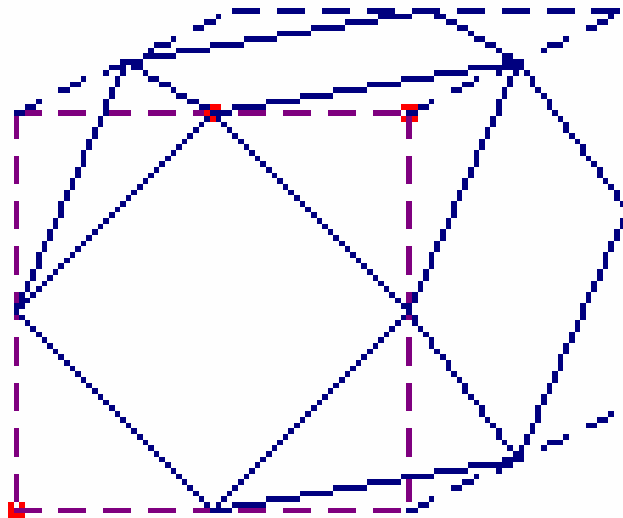


Del cuerpo al desarrollo

Piensa ejemplos de secciones del cubo en dos cuerpos geométricos iguales, confecciona su desarrollo plano y construye dichas secciones. Se puede hacer cortando mediante un hilo candente cubos de estiropor, para luego confeccionar su desarrollo plano y construirlos en cartulina:



Haz el desarrollo del cuerpo siguiente:

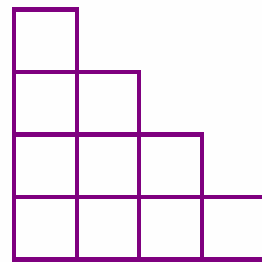


Del plano al espacio y del espacio al plano

- En todas estas actividades, siguiendo a Grace, pasamos del **desarrollo plano** de un cuerpo, a construirlo en el espacio. O bien, de conocer al cuerpo en el **espacio** y diseñar su desarrollo plano. Es decir, se pasa del plano al espacio y del espacio al plano.

Planta, perfil y alzado

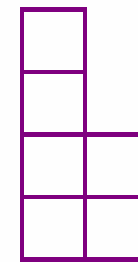
Aquí tenemos las tres vistas, alzado (de frente), planta (desde arriba) y perfil (lateral) de un mismo “castillo” de cubos. ¿Con cuántos cubos se ha construido el castillo?



alzado



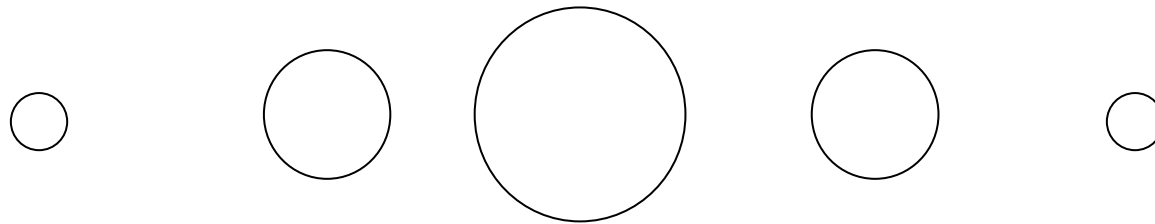
planta



perfil

Tomografías

¿De qué objeto es la tomografía siguiente?



Movimientos en el espacio

- Traslaciones
- Giros
- Simetrías
- Simetría central
- Simetría con deslizamiento
- Simetría rotativa
- Movimiento helicoidal

¿Cuál es el grupo de autosimetría de estas pirámides?



Un juego de dos jugadores:

Se forma sobre la mesa un polígono regular utilizando monedas (o fichas o bolitas de papel) como vértices. Cada jugador retira, alternativamente, o una moneda o dos monedas adyacentes. Gana quien retire la última moneda. (*Ayuda: Es un juego de estrategia ganadora que puedes descubrir utilizando la simetría central*).