

El ordenador y la calculadora como recurso didáctico

Adela Salvador

Universidad Politécnica de Madrid



Esquema

- Introducción
- Factores metodológicos
- Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas
- Calculadoras
- Taller
- Algunas actividades con el ordenador
- Bibliografía



Introducción

- Las nuevas tecnologías están suponiendo una revolución social, similar a la que experimentó la sociedad con la revolución industrial. La introducción de las nuevas tecnologías en la educación es un camino sin retorno, que está imponiendo en la actualidad una reforma del currículo tanto en contenidos como en lo que se refiere a los cambios metodológicos y didácticos que hay que realizar al introducir el ordenador en el proceso de enseñanza-aprendizaje.



Introducción

- El **objetivo** de hoy es proporcionar criterios para el uso de los ordenadores y de las calculadoras en la enseñanza de las matemáticas y presentar las distintas formas de utilizar los ordenadores y las calculadoras en la Enseñanza Secundaria.



Introducción

- La educación debe preparar a los alumnos y alumnas para el **futuro**. Si bien es verdad que podemos conocer muy poco de las características de la realidad que van a vivir, podemos asegurar que las **nuevas tecnologías** serán una parte muy importante de ella.
- Por esto pensamos que la educación debe capacitar a los alumnos y alumnas para organizar, representar y codificar la información mediante los nuevos medios tecnológicos.




Introducción

- Los ordenadores son recursos didácticos, como el libro de texto, el material manipulable, ..., y por si solos no van a cambiar la educación.
- Pueden ayudar a conseguir los objetivos del aprendizaje, pero esto depende de cómo y para qué los utilicemos.



Introducción

- El aprendizaje es fruto de una intensa actividad del alumno/a y los ordenadores pueden colaborar a fomentar esta actividad.
 - Sin embargo hay algunos programas de ordenador que parecen páginas de libros de texto puestos en la pantalla que llevan a una enseñanza pasiva.
 - Tenemos que tener claro lo que queremos conseguir con nuestra enseñanza.
 - Si lo que pretendemos es que nuestros alumnos y alumnas adquieran habilidades para ser capaces de entender, interpretar, analizar, sintetizar, seleccionar y aplicar la información que reciben, la informática puede ser un medio especialmente útil.
- 

Factores metodológicos

- Entre las razones a favor de utilizar la informática en clase de Matemáticas podemos citar las siguientes:
- **Facilita la adquisición de conceptos:** Utilizar el ordenador como instrumento para adquirir conceptos o profundizar en ellos, permite detectar esquemas no suficiente precisos y transformarlos en otros más adecuados.
- **Elemento motivador:** Además el uso de distintos contextos no sólo constituye un elemento de motivación sino que además proporciona nuevos significados a los contenidos que se están trabajando.



Factores metodológicos

- **Permite el tratamiento a la diversidad:** Ayuda a crear un ambiente de trabajo grato y estimulante que respeta las peculiaridades y el ritmo de aprendizaje de cada uno de los alumnos y alumnas.
- **Fomenta el trabajo en grupo:** El trabajo en el ordenador se puede realizar en grupo, permitiendo a los alumnos y alumnas explicar a los demás sus ideas, estableciendo la comunicación y el enriquecimiento de pensamientos.

Factores metodológicos

- **Valora positivamente el error:** El error no ha de equipararse a fracaso. Poner de manifiesto los errores de los alumnos y alumnas adquiere una dimensión positiva, y es una condición necesaria para superarlos.
- Ya que es el procesador el que avisa y a la vez incita a superar los errores, corregirlos se convierte en una tarea estimulante que hace ver el error como algo positivo.
- **Motivación:** El interés que tiene actualmente el alumnado hacia la informática convierte a ésta en un elemento motivador muy importante.



Factores metodológicos

- En resumen:
- El uso del ordenador en clase de matemáticas:
- favorece la adquisición de conceptos,
- permite el tratamiento de la diversidad y el trabajo en grupo,
- y es un elemento motivador que valora positivamente el error.

Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- La introducción del ordenador en la clase de matemáticas está produciendo cambios de tipo didáctico, como el que se refiere a sustituir el cálculo puro y duro por procedimientos informáticos para calcular y estimar soluciones. Es más importante aplicar un procedimiento que calcule y represente las soluciones de una ecuación que memorizar y aplicar fórmulas que sólo resuelven determinadas ecuaciones.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- Por otra parte los lenguajes de programación refuerzan el concepto de variable al diferenciar claramente entre el nombre de la variable y el valor que toma.
- Vamos a considerar las principales características de la informática al aplicarla a la enseñanza de las matemáticas.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- **Representación Gráfica.**

- Una de las principales ventajas que tiene utilizar el ordenador en clase de matemáticas es su capacidad para **representar gráficamente la información.**

- Así podemos utilizarlo para dibujar gráficas de funciones, para realizar representaciones geométricas tanto en el estudio de la geometría analítica, como de figuras geométricas en el plano y en el espacio, para representar información estadística mediante distintos tipos de diagramas, ...



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- En el estudio de **funciones** la facilidad que tiene el ordenador para poder **representar simultáneamente varias gráficas** resulta un apoyo importante en muchos casos.
- Así representar la gráfica de una función junto con la de sus derivadas, nos permite establecer las características que determinan la existencia de extremos relativos, el crecimiento, el decrecimiento, la concavidad y la convexidad de una función en un punto, a partir del comportamiento de sus derivadas.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- También es muy útil para comprender el comportamiento de la gráfica de una función cuando la multiplicamos por un número, como se modifica su gráfica con respecto a su expresión, cuando aplicamos una traslación a uno de los ejes de coordenadas y en general para determinar la gráfica de la función que resulta al operar dos funciones.
- Además con los **cambios de escala** podemos elegir la parte de la gráfica que más nos interese para hacer un análisis más exhaustivo de ella.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- El ordenador también permite **simultanear información gráfica y numérica** y entre las muchas aplicaciones que esto supone para el estudio de funciones citaremos, por ejemplo, el cálculo de áreas mediante la integral definida. Además de reforzar el concepto de integral indefinida, al presentar las distintas aproximaciones que obtenemos con particiones cada vez más finas, la representación gráfica de la función junto a los resultados numéricos de la integral definida establece las diferencias entre esos valores y el área determinada por la curva y el eje de abscisas. Adela Salvador





Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- Podemos representar **rectas en un plano, o rectas y planos en el espacio**, con un origen y unos ejes de coordenadas, estudiando a la vez que su posición relativa, el análisis del sistema formado por sus ecuaciones. Otra posibilidad es resolver sistemas de inecuaciones lineales.
- En este mismo contexto geométrico, el ordenador puede ser una ayuda para el estudio de **traslaciones, giros, simetrías, homotecias y semejanzas**, así como para la iniciación al **cálculo vectorial** y las operaciones con vectores.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- **Simulación y azar.**
- El carácter imprevisible y aleatorio que tiene el azar está sujeto a unas leyes que sólo son perceptibles cuando consideramos un número de datos muy elevado, por lo que el procesador es el instrumento adecuado para manipular dicha información.
- El sistema operativo de un ordenador lleva incorporados programas para **generar números aleatorios**, esto nos permite simular procesos de azar mediante sucesiones de números.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- **Aplicaciones:**

- Asimilar el concepto laplaciano de **probabilidad** como la razón entre casos favorables y casos posibles para sucesos equiprobables. Conseguir que los alumnos lo comprendan no es una tarea fácil, aunque parezca intuitivo.
- Permite realizar **simulaciones** de experimentos aleatorios y que al poder realizar un número elevado de casos en poco tiempo, podemos intuir la **ley de los grandes números** de la estabilidad de las frecuencias relativas y por tanto el concepto frecuencial de probabilidad.



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- Con experimentos parecidos, que simulan el lanzamiento de dados o monedas podemos obtener resultados que nos ayuden a hacer comprender conceptos como la segunda ley de los grandes números, o paradojas como la falacia del jugador.
- También podemos hacer simulaciones para determinar experimentalmente valores numéricos.
- Por último no hay que olvidar lo motivadoras que son las actividades de tipo lúdico en la Enseñanza Secundaria, y que existen muchos juegos matemáticos que son fácilmente programables.
- **Taller: Elaborar una simulación para hacer en el aula que sea interesante**



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- **Resolución de problemas.**
- Un aprendizaje activo de las matemáticas debe estar ligado a la resolución de problemas y debe utilizar todos los recursos disponibles que le permitan resolverlo.
- Uno de estos recursos es el ordenador.
- Sin embargo dentro de las fases que establece Polya para la resolución de problemas: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución, el ordenador sólo puede ayudarnos en la **fase de ejecución**.





Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- Las ventajas que esto supone para el razonamiento matemático del alumno como son, el diálogo del ordenador, el desarrollo cuidadoso en lenguaje formal del plan a seguir, el valor positivo que adquieren los errores, etc, no justifica la dificultad que supone el dominio de la mayor parte de los lenguajes de programación o de software muy elaborados



Las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas

- **Resumen:** En general los cambios más significativos que ha realizado la informática en la enseñanza de las matemáticas, son debidos a la capacidad que tiene el ordenador para:
 - representar gráficamente la información, y a
 - la facilidad que tiene para manejar, con gran rapidez, gran cantidad de datos, lo que le permite
 - simular procesos,
 - crear modelos, y
 - resolver problemas utilizando métodos iterativos o recursivos.
- 

- 
- Lenguajes de programación
 - Hojas de cálculo
 - Programas específicos de Matemáticas
 - Derive
 - Cabri
 - SPSS...
 - Enseñanza asistida por ordenador



Calculadoras

- Hay muchos profesores y profesoras que culpan a las calculadoras de la falta de cálculo mental que tienen en la actualidad la mayoría de los alumnos y alumnas. Sin embargo el impacto que ha causado en la sociedad el uso generalizado de las calculadoras, no sólo debemos aceptarlo, sino que tenemos la obligación de aprovecharlo, utilizando la calculadora en clase de matemáticas como **recurso didáctico**. No hay que olvidar que debido al bajo precio que tienen en la actualidad las calculadoras, lo habitual es que todos los alumnos tengan una calculadora y casi siempre científica.

Calculadoras

- **Debate**
- Razones a favor y en contra del uso de la calculadora en el aula
- ¿A qué edades debe ser usada?
 - Pronto
 - Tarde
 - Nunca
- ¿Cómo debe ser usada?




Calculadoras

- Los alumnos y alumnas usan la calculadora, pero no conocen todas sus posibilidades.
- La mayoría las utilizan para realizar operaciones básicas: sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, pero a veces no saben ni como manejar la memoria, y casi nunca utilizan las teclas de las funciones matemáticas de las calculadoras científicas, o las que permiten realizar cálculos estadísticos.
- **¡Conoce tu calculadora!**



Calculadoras

- **Calculadora elemental o de bolsillo.**
 - A pesar de lo simples que son este tipo de calculadoras, hay numerosas posibilidades para utilizarlas como recurso didáctico en clase de matemáticas.
 - En una calculadora de este tipo, es importante que determinen el número de cifras con las que opera y la diferencien de una calculadora científica respecto a la notación que esta utiliza y a su **comportamiento con redondeos y truncamientos.**
 - Es importante saber la forma de operar de una calculadora y ser capaz de distinguir entre las que tienen en cuenta el **orden de prioridades** entre las operaciones, y las que no lo tienen.
- 




Calculadoras

- Utilizar el **factor constante**, puede tener muchas aplicaciones en la clase de matemáticas. Lo primero que deben conocer los alumnos y alumnas es si su calculadora posee factor constante para la suma, la resta, la multiplicación y la división y en caso de tenerlo, determinar para cada una de estas operaciones si el factor constante es el operando que se introduce el primero o el que se introduce después, también hay que investigar si se obtiene presionando una o dos veces la tecla de la operación.




Calculadoras

- El factor constante, además de reforzar el concepto de la multiplicación como sumas sucesivas y de la división como restas sucesivas, permite calcular potencias de exponente natural, el resto de una división euclidea, el período de una fracción ...
 - En el libro "*La calculadora de bolsillo como instrumento pedagógico*", que citamos en la bibliografía hay ejemplos concretos, además de procedimientos geométricos para calcular radicales, formas de generar números aleatorios y ejemplos de simulación, calcular exponenciales con exponente real, hacer una tabla de logaritmos en cualquier base, y usar la calculadora para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites.
- 




Calculadoras

- **Calculadora científica.**
 - En una calculadora de este tipo es necesario que los alumnos y alumnas comprendan y utilicen con soltura la **notación científica**.
 - Es importante que determinen el número de cifras con las que trabaja su calculadora estableciendo procedimientos que les indiquen las cifras con las que trabaja en las operaciones elementales, que no son las mismas que las que aparecen en pantalla, el número de **cifras de reserva**, y las cifras que utiliza en las funciones científicas. Estos resultados permiten predecir cuando **redondea** y a partir de que momento, como no tiene cifras de reserva en vez de redondear, **trunca** los resultados.
- 



Calculadoras

- Utilizar la calculadora para realizar el estudio de la **función exponencial**, la **función logarítmica**, o las **funciones trigonométricas** y sus inversas, no sólo es un elemento motivador, sino que además es un recurso que nos ayuda a introducir, estudiar y verificar el comportamiento de dichas funciones.
 - Teniendo en cuenta la importancia que tiene el número de datos en **Estadística** para hacer predicciones y ser representativos de una población, no podemos plantear un trabajo estadístico en el que tengamos que calcular medias, desviaciones típicas, rectas de regresión y coeficientes de correlación, sin contar con calculadoras o computadoras, y en este caso la disponibilidad de utilizar calculadoras es un dato que no podemos olvidar.
- 



Calculadoras

- **Calculadora gráfica.**

- Las posibilidades que tienen las calculadoras gráficas comienzan a invadir el espacio que hasta hace muy poco estaba reservado a los ordenadores.
- Permiten representaciones gráficas, utilizando coordenadas cartesianas, paramétricas y polares, operar en distintos sistemas de numeración, cálculos con matrices, etc.
- La dificultad que conlleva su utilización es que actualmente hay muy pocos alumnos que tengan estas calculadoras y también hay muy pocos centros que dispongan de ellas.

Taller

- Diseña un experimento, que puedas programar, o realizar con la calculadora en clase, y que te sirva para que los alumnos comprendan que la falacia del jugador no es una ley si no una paradoja.

"Falacia del jugador"

- *Después de obtener repetidamente cara al tirar una moneda, la probabilidad de salir cruz en el siguiente lanzamiento aumenta.*

Solución

- Simulamos el lanzamiento de una moneda mil veces, de esta secuencia elegimos una subsecuencia formada por los elementos precedidos de tres caras, si el número de estos elementos es n , dividimos la primera secuencia en grupos de n dígitos consecutivos. Los resultados confirmaran que la frecuencia relativa de cruz después de tres caras no es mayor que la frecuencia relativa de cruz en una subsecuencia cualquiera.



Taller

- Establece un procedimiento para determinar las cifras de reserva que tiene una calculadora elemental de bolsillo.



Solución

- Uno de las posibles experiencias que podemos realizar es dividir 10 entre 6 y el decimal periódico que resulta multiplicarlo por 10, para determinar cuando redondea por que tiene cifras de reserva o trunca por que no tiene.

Taller

- Enumera los distintos medios específicos que puedes utilizar como recurso didáctico para representar la gráfica de una función.

Solución

- Algunos de los medios que podemos utilizar son:
- Programas específicos de matemáticas, como
 - Funciones,
 - Gráficas,
 - Calcula y
 - Derive, ...
- una hoja de cálculo, y
- una calculadora gráfica. ...



Taller

- Indica los factores que se potencian al utilizar los ordenadores en clase de matemáticas.

Solución

- El uso del ordenador en clase de matemáticas facilita la adquisición de conceptos, el tratamiento de la diversidad y el trabajo en grupo, y es un elemento motivador que valora positivamente el error.

Algunas actividades con el ordenador

Cabri

Hoja de cálculo


Derive

PowerPoint



Algunas actividades con Cabri

- Identidades notables
- Teorema de Pitágoras
- Triángulo de Sierpinsky
- Movimientos
- Curvas: La cicloide
- Elementos en el plano
- Cuadrado, triángulo y otros polígonos
- Círculo



Actividades con hoja de cálculo

- Cálculo de pi
- Sucesión de Fibonacci
- Probabilidad
- Recta de Euler y circunferencia de los nueve puntos
- Funciones cuadráticas
- Cálculo aproximado de las soluciones de una ecuación



Actividades con Derive

- Funciones

- Funciones trigonométricas



TICs con Power Point

- Ecuaciones
- Funciones y gráficas
- Sucesiones



Bibliografía

- BRINCONES, I. y otros. (1987): **Simposio internacional de educación informática.** I.C.E. de la U.A.M. Madrid.
 - CAJARAVILLE PEGITO, J.A.(1989): **Ordenador y educación matemática: algunas modalidades de uso.** Síntesis. Madrid.
 - GRUPO AZARQUIEL Y COLERA J. (1983): **La calculadora de bolsillo como instrumento pedagógico.** I.C.E. de la U.A.M. Madrid.
 - PAPERT, S. (1981): **Desafío a la mente. Computadoras y educación.** Galápago. Buenos Aires.
 - SALVADOR, A.(1991): **La informática en la acción educativa.** M.E.C.-Castalia. Madrid.
- 