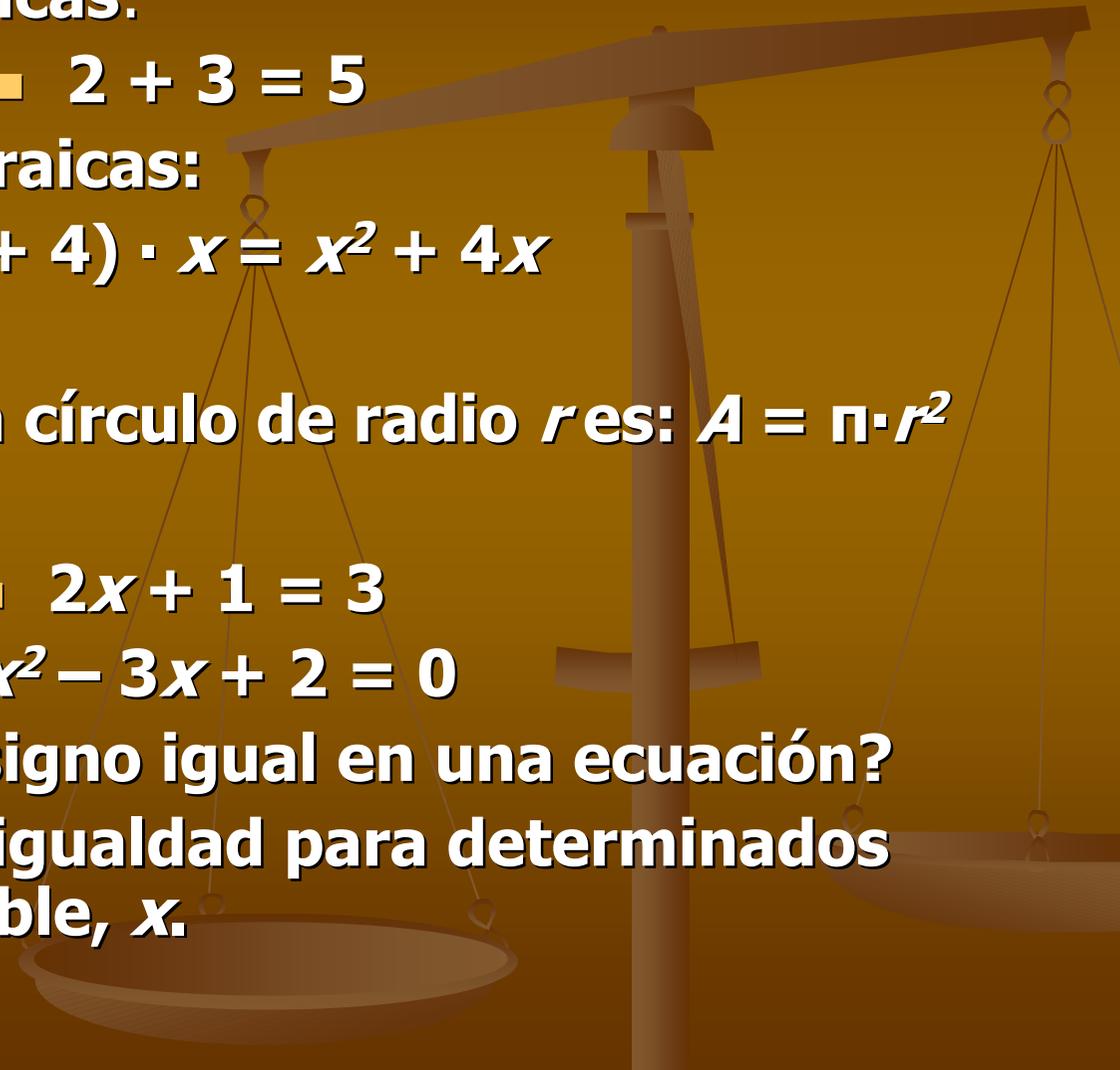


Ecuaciones



3º de ESO

El signo igual

- El signo igual se utiliza en:
 - Igualdades numéricas:
 - $2 + 3 = 5$
 - Identidades algebraicas:
 - $(x + 4) \cdot x = x^2 + 4x$
 - Fórmulas:
 - El área, A , de un círculo de radio r es: $A = \pi \cdot r^2$
 - Ecuaciones:
 - $2x + 1 = 3$
 - $x^2 - 3x + 2 = 0$
 - ¿Qué significa el signo igual en una ecuación?
 - Sólo se verifica la igualdad para determinados valores de la variable, x .
- 

Soluciones de una ecuación

- Una ecuación con una incógnita es una igualdad entre dos expresiones algebraicas en la que se quiere calcular los valores de la variable para los que se verifica la igualdad.
- Las expresiones que hay a cada lado del signo igual son los miembros de la ecuación.
- La variable se denomina incógnita.
- Una solución de una ecuación es el valor de la incógnita que hace cierta la igualdad.

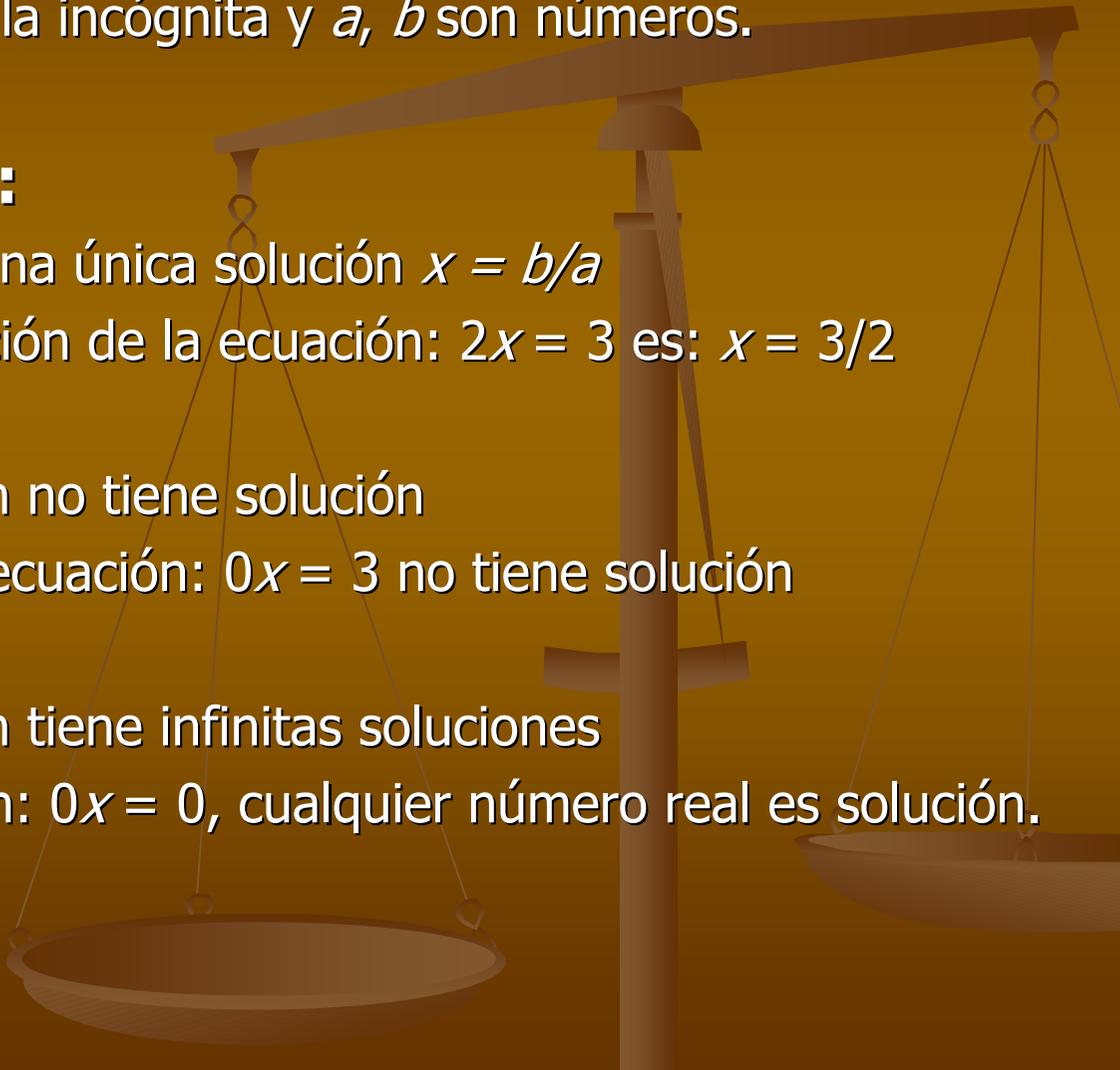
- En la ecuación $2x + 1 = 3$
- El primer miembro es:
- $2x + 1$
- El segundo miembro es:
- 3
- Y la solución es:
- $x = 1$, ya que
- $2 \cdot 1 + 1 = 3$

- En la ecuación $x^2 - 3x + 2 = 0$
- El primer miembro es:
- $x^2 - 3x + 2$
- El segundo miembro es:
- 0
- Una solución es $x = 1$, ya que
- $1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$
- Otra solución es $x = 2$, ya que
- $2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 0$

Ecuaciones equivalentes

- Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.
- Por ejemplo las ecuaciones $2x + 1 = 3$ y $6x + 3 = 9$ son equivalentes.
- La solución de las dos ecuaciones es: $x = 1$
- Las ecuaciones $x^2 - 3x + 2$ y $x^2 - 1$ no son equivalentes, aunque ambas tienen la solución común $x = 1$, la primera tiene además la solución $x = 2$ y la segunda la solución $x = -1$
- Para obtener ecuaciones equivalentes se tienen en cuenta las siguientes propiedades:
 - **Si se suma o resta a los dos miembros de una ecuación un mismo número o término en x , se obtiene una ecuación equivalente.**
 - **Si se multiplican o dividen los dos miembros de una ecuación por un mismo número, distinto de cero, se tiene una equivalente.**
- Por ejemplo en la ecuación:
 - $2x + 12 = 30$, restando 12 en los dos miembros se tiene:
 - $2x = 18$, dividiendo ambos miembros entre 2 se obtiene:
 - $x = 9$, que es la solución de la ecuación.

Ecuaciones de primer grado

- Una ecuación de primer grado con una incógnita se puede expresar por:
 - $ax = b$, x es la incógnita y a , b son números.
 - **Tipos de ecuaciones:**
 - Si $a \neq 0$ la ecuación tiene una única solución $x = b/a$
 - Por ejemplo la solución de la ecuación: $2x = 3$ es: $x = 3/2$
 - Si $a = 0$ y $b \neq 0$ la ecuación no tiene solución
 - Por ejemplo la ecuación: $0x = 3$ no tiene solución
 - Si $a = 0$ y $b = 0$ la ecuación tiene infinitas soluciones
 - Por ejemplo en la ecuación: $0x = 0$, cualquier número real es solución.
- 

Ecuaciones de segundo grado

- Una ecuación con una incógnita se llama de segundo grado si se puede expresar de la forma:
 - $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$
- Las ecuaciones: $x^2 - 5x + 4 = 0$; $x^2 + 1 = 0$; $2x^2 = 4x$
- Son de segundo grado
- Las ecuaciones: $x^3 - 5x + 4 = 0$; $\sqrt{x} + 3 = 0$; $x^2 = 3x$
- No son de segundo grado
- Si $b = 0$ o $c = 0$ la ecuación de segundo grado se denomina incompleta y es más fácil calcular las soluciones
- $x^2 + 1 = 0$ y $2x^2 - 4x = 0$
- Son ecuaciones de segundo grado incompletas

Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas

- Resolver una ecuación es calcular sus soluciones

- Resolución de la ecuación $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$:

➤ Se saca x factor común:

$$x(ax + b) = 0$$

➤ Para que un producto de dos factores sea 0, uno de ellos debe valer 0, luego

$$x = 0 \quad \text{o} \quad ax + b = 0$$

➤ Las soluciones son:

$$x_1 = 0 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b}{a}$$

- Ejemplo:

✓ Las soluciones de la ecuación $2x^2 + 4x = 0$ son:

✓ $x_1 = 0$ y $x_2 = -2$

Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas

■ Resolución de la ecuación $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$:

- Se despeja x^2 :
- Se calcula la raíz cuadrada
- Las soluciones son:

$$x^2 = -c/a$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}} \quad y \quad x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

- Sólo se puede calcular la raíz cuadrada si el cociente $-c/a$ es un número positivo. Si es negativo se dice que la ecuación no tiene solución.

Ejemplos:

- ✓ Las soluciones de la ecuación $2x^2 - 4 = 0$ son:
- ✓ $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$
- ✓ La ecuación $2x^2 + 4 = 0$, no tiene solución

Fórmula general de la ecuación de segundo grado

- Las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Observa que hay dos soluciones una sumando la raíz y la otra, restándola.
- Ejemplos:
- Las soluciones de la ecuación $x^2 - 5x + 4 = 0$ son:
- $x_1 = 1$ y $x_2 = 4$
- La ecuación $x^2 + x + 1 = 0$, no tiene solución.

El discriminante.

- El discriminante, Δ , es la expresión que hay dentro de la raíz en la fórmula de las soluciones de una ecuación de segundo grado.
- $\Delta = b^2 - 4ac$
- Observa que:
- Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales.
- Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene una solución real.
- Si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales.
- Determina el número de soluciones de las ecuaciones:
- a) $2x^2 + 6x + 5 = 0$; b) $x^2 + 4x + 4 = 0$; c) $x^2 + x - 6 = 0$
- a) No tiene solución; b) tiene una solución c) tiene 2 soluciones.

Suma y producto de las soluciones

- Si x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación de segundo grado $x^2 + bx + c = 0$
- $x^2 + bx + c = (x - x_1) \cdot (x - x_2) = x \cdot (x - x_2) - x_1 \cdot (x - x_2) = x^2 - xx_2 - x_1x + x_1x_2 = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2$
- Por lo tanto: $x^2 + bx + c = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2$
 - $x_1 + x_2 = -b$ y $x_1 \cdot x_2 = c$
- Este resultado permite resolver mentalmente estas ecuaciones de segundo grado.
- En general, si x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$
 - $x_1 + x_2 = -b/a$ y $x_1 \cdot x_2 = c/a$

Suma y producto de las soluciones

- Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

- $x^2 - 6x + 5 = 0$

- Soluciones: $x_1 = 1$ y $x_2 = 5$

- $x^2 - 5x + 6 = 0$

- Soluciones: $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$

- $x^2 - x - 6 = 0$

- Soluciones: $x_1 = -2$ y $x_2 = 3$

- $x^2 + x - 6 = 0$

- Soluciones: $x_1 = -3$ y $x_2 = 2$

- $x^2 + 5x + 6 = 0$

- Soluciones: $x_1 = -3$ y $x_2 = -2$

