

Jugando con Arquímedes

Sánchez González, Juana María juanamaria.sanchez@upm.es

Departamento de Matemática Aplicada

Universidad Politécnica de Madrid

RESUMEN

A finales del siglo XX salió a la luz un manuscrito con varios de los escritos de Arquímedes desconocidos hasta entonces. Entre ellos apareció el inicio del tratado conocido como *Stomachion* imaginado durante siglos como un juego sin importancia y más tarde como posible inicio de la combinatoria. Dentro de la asignatura de libre elección “La Geometría en la Arquitectura de las Vanguardias” del Departamento de Matemática Aplicada de la ETSAM, se ha utilizado “el cuadrado de Arquímedes” como base de un ejercicio en el que se manejasen las figuras equivalentes y los distintos tipos de isometrías utilizando los medios informáticos. No se trataba de llegar a conclusiones dogmáticas. Simplemente tener la experiencia de seguir jugando con el cuadrado 2500 años más tarde de que lo hiciese Arquímedes.

Palabras claves: Arquímedes; Matemática; Informática; Diseño.

ABSTRACT

At the end of the Twentieth century, a manuscript came to light with several Archimedes' writings, previously unknown. Among them, appeared the beginning of the treaty known as *Stomachion*, which was imagined for centuries as an unimportant game and later as a possible beginning of combinatorics. Within the subject of free choice "The Geometry in Architecture of the Avant-garde" of the Department of Applied Mathematics at ETSAM, the "Archimedes' Square"

has been used as the basis for an exercise in which they are handled equivalent figures and the different types of isometries using computer resources. This wasn't about getting dogmatic conclusions. But just having the experience to continue playing with the square, 2500 years later Archimedes had done.

Keywords: Archimedes; Applied Mathematics; Computer; Desing.

1. INTRODUCCIÓN

El motivo central de esta presentación es dar a conocer la experiencia llevada a cabo en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid dentro de la signatura de libre elección “La Geometría en la Arquitectura de las Vanguardias” que ofrece el Departamento de Matemática Aplicada

En ella se estudia la implicación de las distintas Geometrías que se han ido sucediendo en la Historia de la Matemática en el proyecto de distintas obras de arquitectura y de arte en general. Se trata de poner en evidencia la influencia indiscutible en el diseño de mucha de ellas de las formas geométricas o los principios matemáticos que estuviesen vigentes en el momento de llevarlas a cabo.

Así, se estudia de que forma geometrías como la Euclídea, con su estricta medida, tiene su imagen en una arquitectura de también estrictas proporciones; como otras posteriores, como la proyectiva o la topológica, también marcan su impronta en el diseño de edificios que incorporan, por ejemplo, las formas de las curvas cónicas y de las superficies cuádricas en su aspecto, o toman como criterio básico de su composición las relaciones, justificadas según el fin del diseño, de los distintos espacios tanto en arquitectura como en otro tipo de obras de arte.

Hoy día es indiscutible el avance que supone para el diseño en general, poder utilizar distintos programas informáticos. Si a ese avance se le añade la posibilidad de poder complementar algunos de esos programas con la carga adicional que supone el manejar conceptos matemáticos de forma rápida y efectiva, el resultado es extraordinario.

Junto a ejemplos de arquitectura o arte representativos en cuanto al componente matemático que los sustentaba, se ofreció la posibilidad, dentro de los trabajos preceptivos en el desarrollo de la asignatura, de manejar el recientemente descubierto “cuadrado de Arquímedes” con un fin determinado: aplicar las propiedades geométricas de las figuras equivalentes y las de los distintos tipos de isometrías en un ejercicio de puro diseño en el que se necesitaba, además, el manejo de distintos programas informáticos.

2. BIOGRAFÍA DE ARQUÍMEDES

Arquímedes de Siracusa, autor del *Stomachion*, fue un erudito griego que tocó muchas y distintas ramas del conocimiento en el siglo tercero ante de Jesucristo. Aunque se conocen pocos detalles de su vida, a lo largo de la historia, se le ha considerado uno de los científicos más importantes de la antigüedad clásica. Fue grande como ingeniero, físico, astrónomo y matemático.

Reconocido por sus inventos, la importancia de Arquímedes como matemático no fue tan grande en la antigüedad al datar, lo que parece ser la primera compilación de su obra, la de Isidoro de Mileto, de la primera mitad del Siglo VI. También de ese siglo son los comentarios de Eutocio sobre su obra. Pocas copias de los escritos de Arquímedes sobrevivieron a la Edad Media, pero las pocas que quedaron tuvieron un impacto importante en el Renacimiento.

Arquímedes murió en el 212 a.C. durante la Segunda Guerra Púnica a pesar de la precisa orden del general romano Marcelo de respetar su vida.

La importancia que Arquímedes concedió a los estudios teóricos sobre matemáticas, concretamente sobre geometría, la pone de manifiesto Cicerón al describir su tumba, que había buscado y visitado, al citar la esfera inscrita en un cilindro que se colocaron en ella siguiendo su voluntad. El mismo Arquímedes reconoció que, el probar las relaciones existentes entre los dos figuras citadas, obtenidos con los medios que tenía a su alcance en ese momento, fue el descubrimiento más importante de su vida.

2.1 Su aportación a la Matemática

Ya se ha hecho referencia a la popularidad histórica de Arquímedes como inventor pero como también se ha apuntado con anterioridad, llevó a cabo importantes descubrimientos en Matemáticas. No sólo encontró las relaciones entre la esfera y su cilindro circunscrito. También, mediante el método de la exhaustión, un valor muy aproximado del número π . Que el área del círculo era igual a ese π multiplicado por el cuadrado de su radio. Que el área definida por una parábola y una línea recta valía $4/3$ del área correspondiente al triángulo

inscrito en ella y hasta se enfrentó al cálculo del número de granos de arena que podía contener el universo. Y llegó a un resultado. También trabajó sobre las espirales, una concretamente lleva su nombre, consiguiendo uno de los primeros ejemplos de definición de una curva mecánica.

Las versiones originales de sus trabajos, se supone que más de treinta, se perdieron y sólo se conocen algunas a través de traducciones posteriores al griego clásico, árabe o bizantino. De ahí la importancia del descubrimiento “oficial” del Palimpsesto al ser subastado en la galería Christie’s, en 1998, un manuscrito tremendamente deteriorado que contenía, entre otros escritos de Arquímedes, el *Stomachion*. El trabajo, de entrada, atrajo poco la atención ya que parecía un rompecabezas, un juego infantil en el que se movían piezas, siempre las mismas, con el fin de formar dibujos.

Pero el manuscrito se recompuso. Durante los pasados siete años, científicos que han usado complejos sistemas de ordenador, técnicas de tipo magnético, incluso de rayos X han recuperar su contenido. Uno de los trabajos tratados, el *Stomachion* o Caja de Arquímedes, al ser estudiado en profundidad, parece ser, según los estudiosos del documento: el matemático Reviel Netz¹ y sus colaboradores, que pudiera representar la base de un incipiente tratado de combinatoria, un campo de la matemática no desarrollado hasta los comienzos de la ciencia computacional y cuyo fin sería el determinar de cuantas formas puede resolverse un problema dado. Así, al “jugar” Arquímedes con los distintos trozos de papel, no trataba de obtener “figuras distintas”. Estaría intentando descubrir el número de formas diferentes en que se podían colocar las distintas piezas, catorce en total y encajables en un cuadrado, pero siempre formando ese cuadrado.

3. EL CÓDIGO DE ARQUÍMEDES

El Palimpsesto de Arquímedes es, desde hace poco tiempo, una de las principales fuentes a partir de la que se conoce su obra. En la actualidad permanece en el Walters Art Museum de Baltimore, Mariland, donde se le ha sometido a diversas pruebas, sólo posibles con los medios informáticos y físicos modernos, que han permitido descubrir lo que sería una copia del siglo X de

algunos de los textos de Arquímedes, perdidos hasta entonces, ocultos por escritos medievales durante siglos.

3.1 Antecedentes

A comienzos del siglo XX Johan Ludvig Heiberg, profesor de Historia de la Matemática de la Universidad de Copenhague, descubría un códice que contenía un eucologio donado, posiblemente a comienzos del siglo XIII, al monasterio de Mar Saba en Palestina. Copiado sobre un pergamino palimpsesto procedente de otros códices parecía contener, en principio, copias de obras de Hipérides, autor del siglo IV a. C., de las que se conservaba un solo papiro junto a un códice de obras de Arquímedes copiado, parece ser, durante el siglo X.

Heiberg, llevó a cabo una transcripción verdaderamente admirable de la obra teniendo en cuenta los medios con los que contaba: poco más que una lámpara y una lupa. En ella se descubrieron amplios fragmentos de las obras *Sobre el equilibrio de los planos*, *Sobre los cuerpos flotantes*, *El método de los teoremas de la mecánica*, *Sobre líneas espirales*, *Sobre la esfera y el cilindro*, *Sobre la medida del círculo* y un breve comienzo del *Stomachion*. La I Guerra Mundial interrumpió un trabajo que había causado sensación no sólo entre la clase matemática, como lo demuestra el que hubiese ocupado la portada del New York Times el 16 de Julio de 1907.

Según estudios llevados a cabo por distintos autores², el eucologio se vendió más tarde, entre 1910 y 1930, en Estambul, a una familia francesa y fue llevado a París. Allí un falsificador³ sustituyó la escritura de algunas hojas, escritas en blanco y negro, por distintas figuras de los evangelistas, en colores, convencido de que así aumentaría su valor.

Los propietarios vuelven a ponerlo a la venta en los años setenta y termina en la casa de subastas Christie's de Nueva York que lo vende a un comprador anónimo en dos millones de dólares. Su nuevo propietario, consciente de su importancia, lo deposita en la Walters Art Gallery de Baltimore con el fin de que se estudie y analice.

3.2. El Stomachion

El breve manuscrito que nos interesa, el *Stomachion*, el que, durante mucho tiempo, hasta a los investigadores implicados en su estudio parecía el menos importante, el que parecía un juego formado por piezas poligonales encajadas en un cuadrado; ya aparecía nombrado como juego con anterioridad en un manuscrito de Ausonius, poeta y estadista romano del siglo IV a. C., comparándolo con una forma de hacer poesía: aquella en la que varios versos, siempre los mismos, se combinan entre sí para adoptar distintas formas⁴. Ausonius también explicaba que los griegos lo llamaron *Ostomachion*, nombre que deriva de lucha (mákhion) y huesos (ostéon), haciendo referencia a que las piezas del cuadrado solían hacerse de marfil. Tras la traducción del texto al árabe, los romanos lo llamaron *Stomachion* y se creyó que el significado se debía al dolor de estómago que producía el intentar resolverlo. Podría ser que Arquímedes no lo inventase como juego y se limitase a hacer “algunas reflexiones matemáticas acerca del mismo”⁵.

Lo cierto es que una vez “descubierto”, en los últimos años, se ha utilizado en distintos estudios, más o menos complicados, que han puesto de manifiesto la gran cantidad de puntos de vista a los que puede servir de base.

Se ha estudiado, utilizando proporciones, para el cálculo las distintas áreas de cada una de las piezas refiriendo como unidad la total del cuadrado; como modelo, tras incluirle una cuadrícula base, en prácticas sobre el Teorema de Pick; Ronal Graham y Fan Chung, matemáticos de las Universidades de California y San Diego, lo han manejado para desarrollar un gran número de teorías sobre combinaciones y Atina Markopoulou, estudiante de ingeniería de la universidad de Stanford, para comprobar que, sin importar la combinación de las piezas, si se dibujaba una cuadrícula de 12×12 en el cuadrado, las esquinas de las piezas coincidían con puntos de intersección de las mismas.

En 2003 el matemático, creador de puzzles y programador informático Bill Cutler de Palatine, Illinois, desarrolló un software para averiguar todas las soluciones que se podían encontrar teniendo como fin intercambiar las distintas piezas para formar el mismo cuadrado. Encontró 536. Pero como cada una de estas soluciones puede, dice, girarse cuatro veces y con cada una de estas cuatro

soluciones se puede llevar a cabo una simetría el número de soluciones aumentaría y seguiría aumentando si se tuviesen en cuenta otros movimientos. En total llegó a encontrar 17.152 posibilidades.

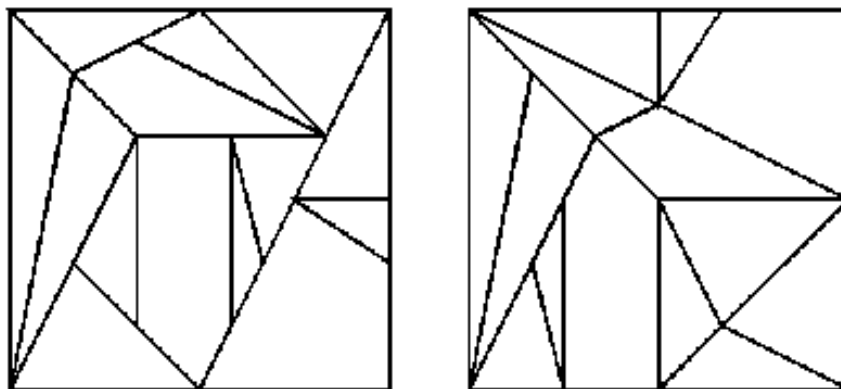


Figura 1: Dos de las soluciones encontradas por Bill Cutler.

En general, las últimas suposiciones sobre el fin para el que Arquímedes utilizó el cuadrado, parecen derivar hacia la versión de que su meta pudiese ser el llegar a cuantificar el número de formas en que se podía resolver un determinado problema.

Bill Cutler⁶ llega a la citada respuesta con motivo de la convocatoria de un premio⁷ de 100 dólares destinado a informáticos que, partiendo de la imagen del cuadrado de Arquímedes, llegasen a calcular el número de posibles combinaciones que se pueden obtener de utilizar las distintas piezas como las de un tangram. No sólo estaba permitido “cambiar de sitio”, combinar, las piezas. También se permitía obtener imágenes distintas mediante reflexiones y giros. Como se ha indicado la solución fue de 17.152. El mismo resultado al que llegaron cuatro de los matemáticos que lo estaban investigando utilizando lápiz y papel.

El interés por el manuscrito no surgió en los investigadores en el momento de su descubrimiento. Durante un período de varios años reconocieron que las noticias que tenía sobre el Stomachion eran “las de ser un juego antiguo que consistía en tomar catorce piezas y reunir las para formar una figura”.....sabían con certeza, decían,..... “que nadie había estudiado a fondo el fragmento”. El mismo

estado del documento, incompleto y deteriorado, les hacía pensar que no lograrían grandes progresos estudiándolo. De todas formas, aseguraban que “tampoco era un tratado tan importante” y que lo mejor era invertir el tiempo de estudio “en algo más provechoso”.

Justificaban su decisión en criterios de expertos en el tema. Ni el mismo Heiberg “había aventurado ninguna interpretación del mismo”.⁸

El bifolio encontrado había sido utilizado por Arquímedes para terminar su estudio sobre *La Medida del Círculo* y comenzar otro titulado *Stomachuc o Stomachion*. Algunos textos de la antigüedad lo nombraban y lo reconocían como suyo. Otros no le atribuían su autoría, pero que sí el haberlo utilizado para reflexionar.

La figura concreta del cuadrado de catorce piezas se debe a Suter, un erudito alemán, que en 1899 encontró un manuscrito del siglo XVII, escrito en árabe, que mencionaba el *Stomachion* de Arquímedes. Con el conocimiento de esta imagen empiezan a tener sentido las anotaciones de Heiberg en las que presenta como fin de Arquímedes el análisis de las distintas figuras pensando de que manera puede juntarlas, como pueden encajar entre sí. Aunque imaginar a Arquímedes estudiando de cuantas maneras se podían colocar las piezas dentro del cuadrado sería demasiado abstracto. Pero lo que pretendía Arquímedes es algo a lo que no se puede responder categóricamente.

En el supuesto de que buscase las distintas formas de colocar las piezas siempre dentro del mismo cuadrado, se podría hablar de un inicio de la combinatoria, pero eso nos llevaría al cálculo en una época en la que los avances del conocimiento venían de la ciencia concreta, la visual, de la reflexión sobre diagramas. De ahí el gran avance de la geometría en ese tiempo. Hay que pensar que el origen de la combinatoria se sitúa en el siglo XVII con la llegada de los naipes a Europa, la combinatoria necesita cuentas y el cálculo aparece en ese tiempo.

Se podrían hacer muchas suposiciones más o menos acertadas, pero lo que si se podría afirmar es que, con uno u otro fin, Arquímedes habría jugado con las piezas de la figura.

Con esta idea de partida se elige el cuadrado como base de un ejercicio académico que una las materias de matemáticas, historia, composición y diseño.

3. EL TRABAJO DE CURSO

En el transcurso de la asignatura cuatrimestral La Geometría en la Arquitectura de las Vanguardias es necesario, además de seguir el programa teórico, llevar a cabo un trabajo por parte del alumno en el que se investigue sobre la influencia de determinados conceptos matemáticos en el diseño de obras de arte o arquitectura. En el plan de estudios aún vigente es preceptivo el haber cursado los programas de Matemáticas correspondientes a los dos primeros cuatrimestres del curso. Esos conocimientos serán los que ahora se relacionen con obras de arquitectura o de arte en general.

Sin embargo, al ser una asignatura elegible a lo largo de toda la carrera por alumnos de Arquitectura, de otras carreras de la Politécnica, generalmente de Ingenierías, y por alumnos de otros países en los que sus planes de estudios pueden no incluir las matemáticas; las prácticas han de plantearse de manera que resulten posibles para todos.

Una de las posibilidades ofertadas, ya que no requería conocimientos profundos de matemáticas, fue la de trabajar en el campo de las figuras equivalentes y las isometrías con libertad en la elección del fin pero con rigor en el tratamiento. Se debía utilizar la imagen del cuadrado de Arquímedes para diseñar distintos elementos geométricos. Era una figura desconocida sobre la que tenían que investigar. Como era de esperar, se fueron a la red. Había empezado el trabajo.

Como ejemplo de este ejercicio se han elegido imágenes de tres ejercicios de alumnos con distinta formación y, por lo tanto, distintos entre sí.

3.1. Investigación de las formas⁹

Este es el trabajo de una alumna que ha seguido un programa académico enfocado al diseño sin asignaturas de matemáticas. En el estudio no se trata ni el origen de la figura facilitada ni la personalidad de Arquímedes. El análisis se centra en la manipulación de la imagen del cuadrado, atemporal, y en los distintos

diseños que se pueden obtener a partir de él manejando criterios geométricos elementales, color y composición en las tres dimensiones.

Para la alumna el dato facilitado es “Un cuadrado, sin conocimiento de cual es la posición correcta, con 14 polígonos inscritos...hay que llegar a componer cuadrados diferentes”. “Hay que desmembrarlo y construir nuevos cuadrados”

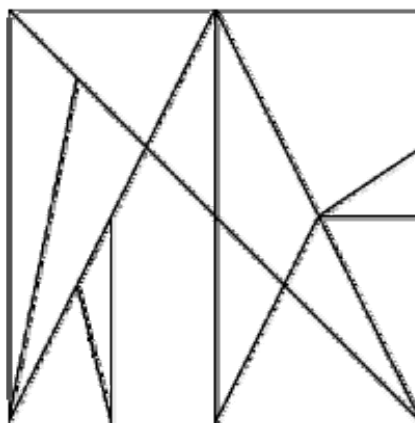


Figura 2: El dibujo facilitado

La sensación de incertidumbre se aclara cuando se descubre que es el *Stomachion* de Arquímedes. Ese nombre quiere decir dolor de tripas, más o menos, lo que se siente cuando tenemos el primer contacto con ese juego.

Se descompone en sus catorce piezas: 11 triángulos, 2 cuadriláteros y 1 pentágono. Al seguir investigando descubre entre otras cosas que, en Sevilla, el grupo Alburquerque lo estudia inscrito en una cuadrícula, pero de ese estudio interesa más la descomposición en teselas que se puedan mover, girar, encontrar su imagen simétrica. Eso permite afrontar el trabajo con una tesela, con un grupo de ellas o con un cuadrado completo.

Tomando un cuadrado cualquiera se puede formar una tira, un friso. Y ese friso se puede colorear. Y se puede conseguir que las uniones entre cuadrados desaparezcan y la tira tenga continuidad. Unas veces se consigue y otras no. Cuando se consigue se puede sacar una pauta de esa composición.

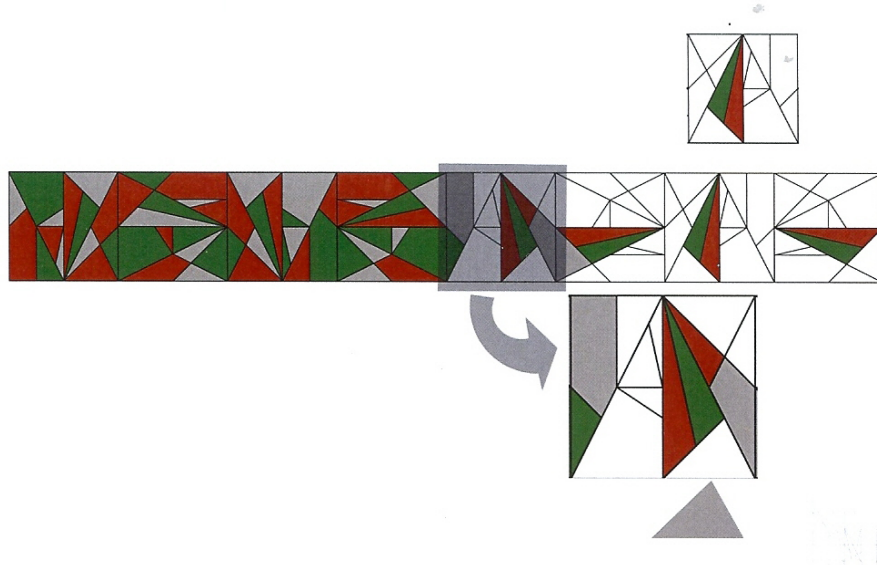


Figura 3: Componiendo una tira

Con esas tiras, por traslación, por simetría...con movimientos, se puede llegar a macizar el plano. El estudio se puede continuar con un análisis más rígido: se puede tomar una tira de las creadas y ver si existen teselas determinadas que repitan un comportamiento. Se puede llegar a un diseño plano programado.

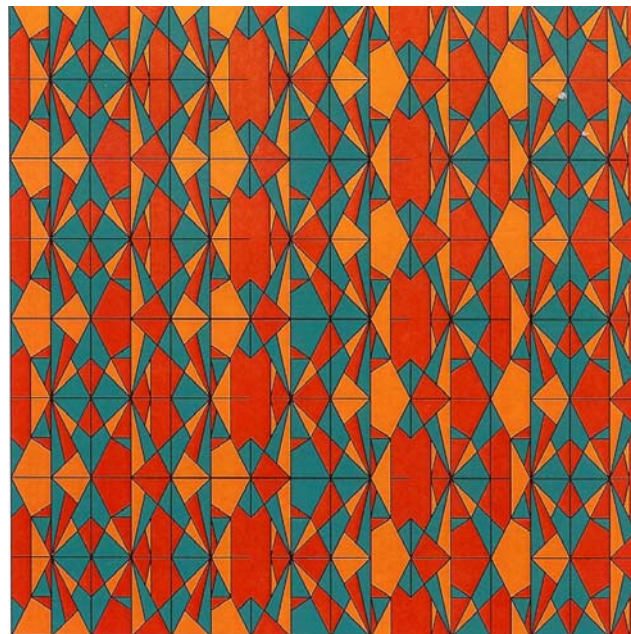


Figura 4: Macizado del plano

Y se puede hacer de muchas maneras: cambiando la forma de unir los cuadrados para formar la tira o la de unir unas tiras con otras.

¿Qué pasaría si una de estas figuras planas fuese la planta de un objeto de tres dimensiones de un tamaño cualquiera? Para conseguirlo se podrían dar unas determinadas alturas a los polígonos siguiendo distintos criterios: polígonos iguales tienen la misma altura, cada color tiene la misma altura.....

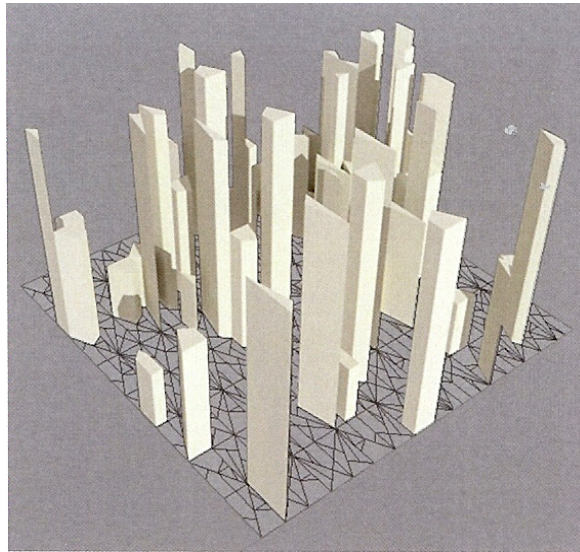


Figura 5: Buscando la tercera dimensión en uno de los planos macizados

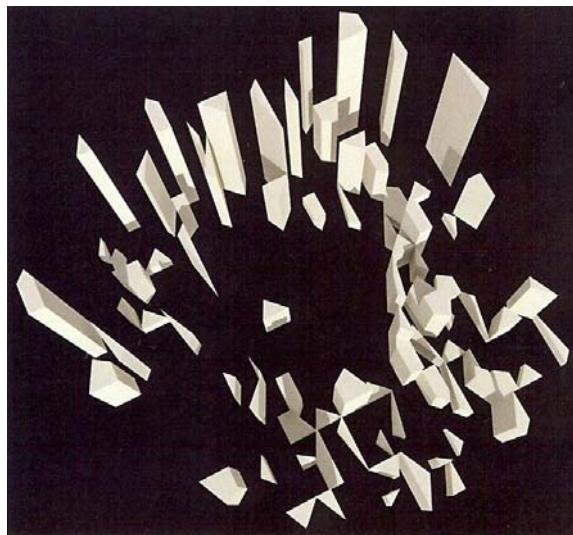


Figura 6: Llenos y vacíos en el espacio. El plano base desaparece.

3.2. Trabajo final (no tiene un título concreto)¹⁰

El estudio se acomete con una forma distinta de ver la geometría al ser el alumno un estudiante de Ingeniería Civil. Comienza el trabajo con una investigación de la imagen: su origen, las citas en textos antiguos, su reciente descubrimiento y algunas de las conclusiones a las que se han llegado después de analizarlo en Baltimore. También hace hincapié en el valor educativo que tienen esta clase de juegos. El trabajo práctico se centra en la búsqueda de patrones y series a través del manejo del color. La investigación es rigurosa, con notas constantes de lo que se persigue y de lo que se consigue.

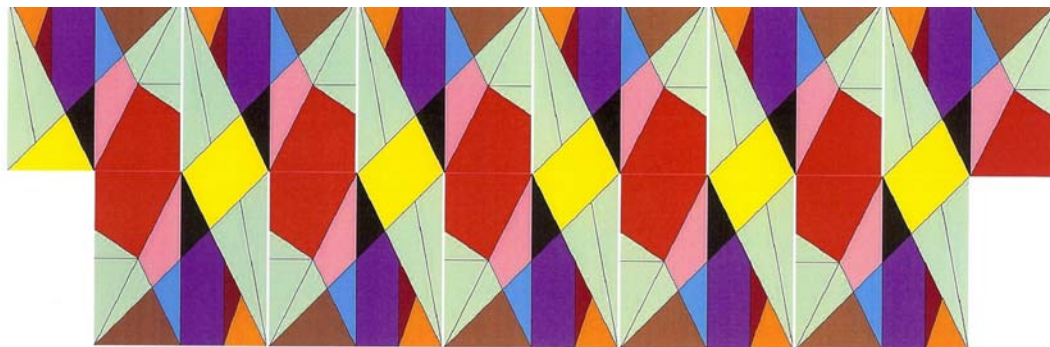
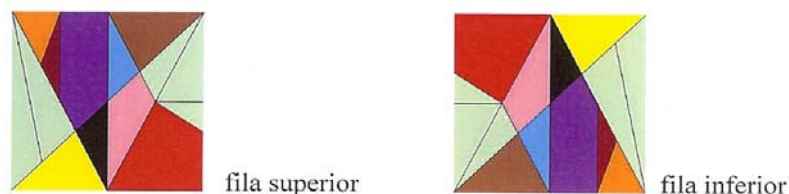


Figura 7: Elección de los cuadrados con los que se maciza el plano. “Aquí la fila superior está formada de la reflexión de la pieza utilizando el lado inferior y la fila inferior está formada por una rotación de la pieza hacia la izquierda”

A partir de varios de los modelos planos obtenidos se sigue trabajando con programas informáticos distintos capaces de representar, de la forma más adecuada, el intento de pasar del plano al espacio.

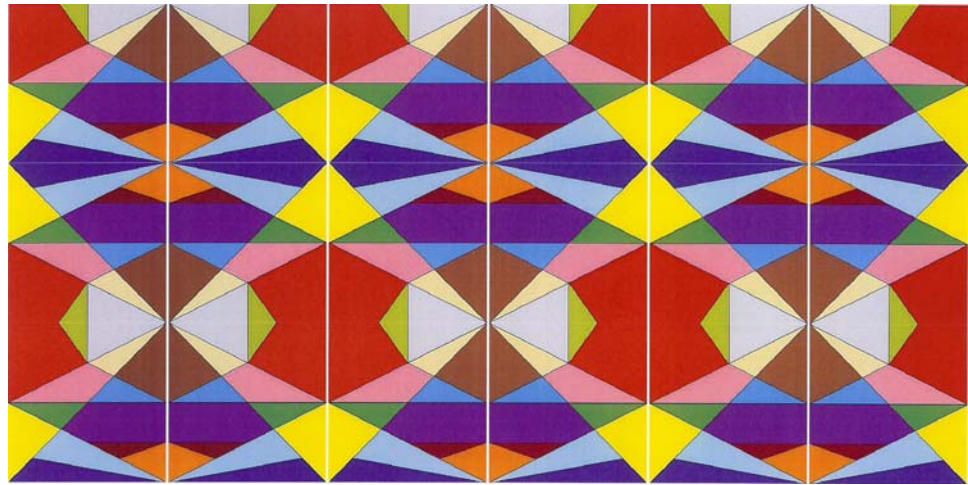


Figura 8: Macizado del plano. Otro ejemplo.

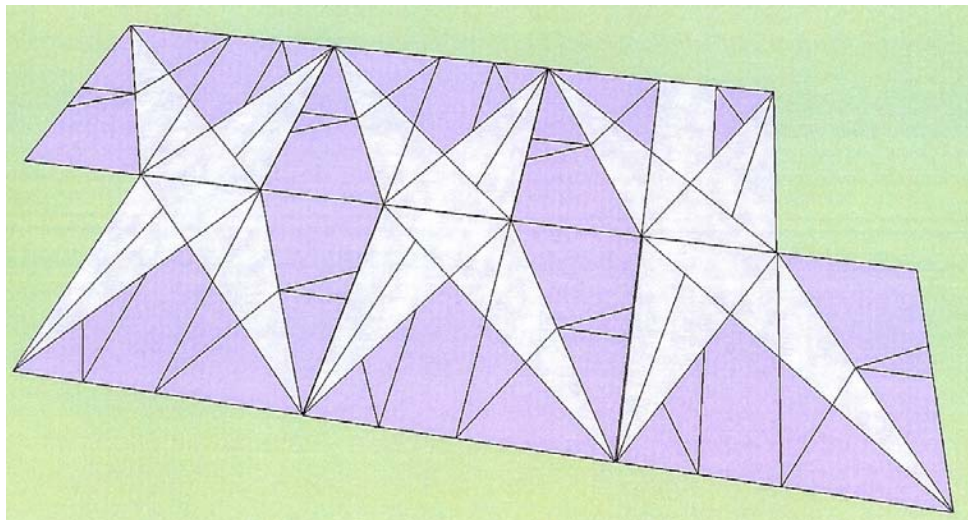


Figura 9 : Composición plana en la que se aplicará una tercera dimensión a distintas figuras con un determinado criterio. “Se persigue un diseño urbano”.

Se ha utilizado para continuar el trabajo el trazado de la figura 7. Ya no es tan importante el color y se marca sólo el trazado que delimita espacios. Las distintas alturas se fijan pensando que los volúmenes obtenidos pudiesen representar posibles edificios.

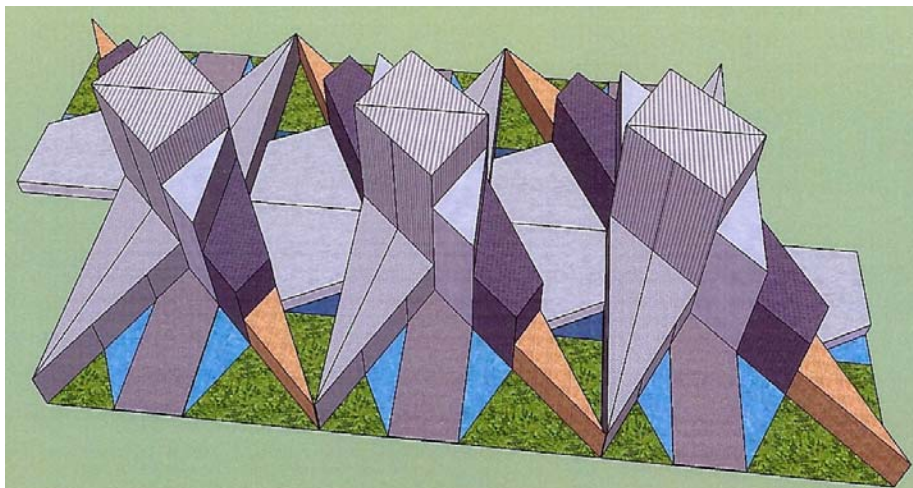


Figura 10: Composición volumétrica

“El trabajo en este caso, dice el alumno, supone una experiencia nueva en la que sorprende el potencial creativo de algo tan sencillo cuando se le pone un poco de curiosidad y se empieza a recorrer un camino en el que, aunque no se sabe a donde te lleva, te va a enseñar cosas útiles en todo momento”

3.3. Stomachion: El cuadrado de Arquímedes¹¹

Es un trabajo riguroso en el que se recogen de forma ordenada y sistemática muchas de las investigaciones que se han hecho sobre el *Stomachion*. Se añade una completa bibliografía en la que abundan las páginas de Internet.

En la investigación trata la historia del cuadrado desde el origen pasando por su descubrimiento y analizando su significado.

Selecciona cuadrados ya conocidos por anteriores investigaciones y los maneja, en principio, de forma aleatoria.

La forma sistemática de llevar acabo el estudio se refleja en el diseño de página que utiliza para plantear su desarrollo.

Es un trabajo más centrado en la investigación que en el color y el diseño por ordenador. Las figuras son planas y se transforman con movimientos concretos.

5. Composiciones

A partir de la información encontrada escojo cinco combinaciones posibles del cuadrado de Arquímedes a las que les añado la cuadrícula para verificar que todos los segmentos coinciden con los puntos de intersección de la misma.

A continuación, para crear diferentes frisos elijo una gama de cinco tonalidades de azul que aplico de manera aleatoria y aplico operaciones de rotación y simetría :

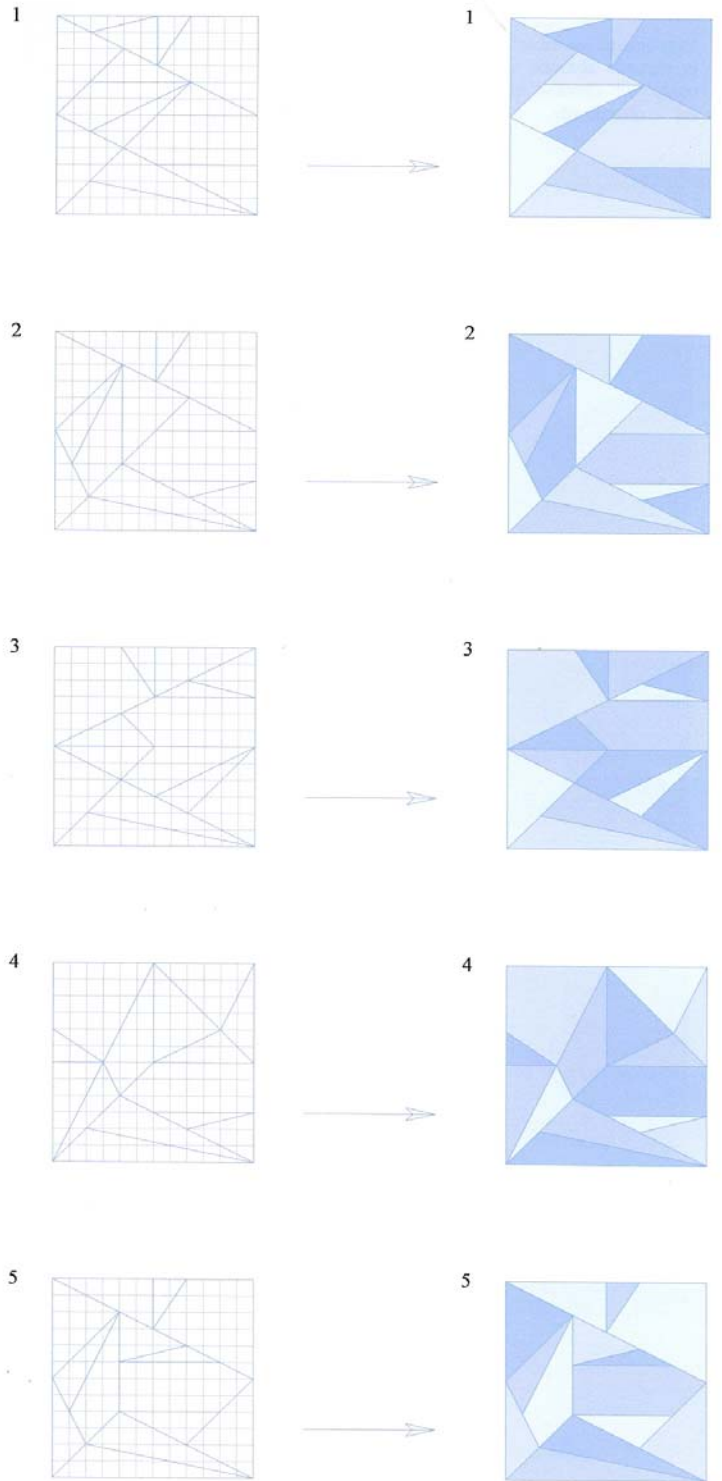


Figura 11 : Página del trabajo

El resto del de investigación se desarrolla en esta línea. Contrasta la rigidez de los movimientos seguidos para obtener las “tiras” y el posterior macizado del plano con el resultado, puramente estético, que se persigue y se consigue aunque se manejen tonalidades de un solo color.

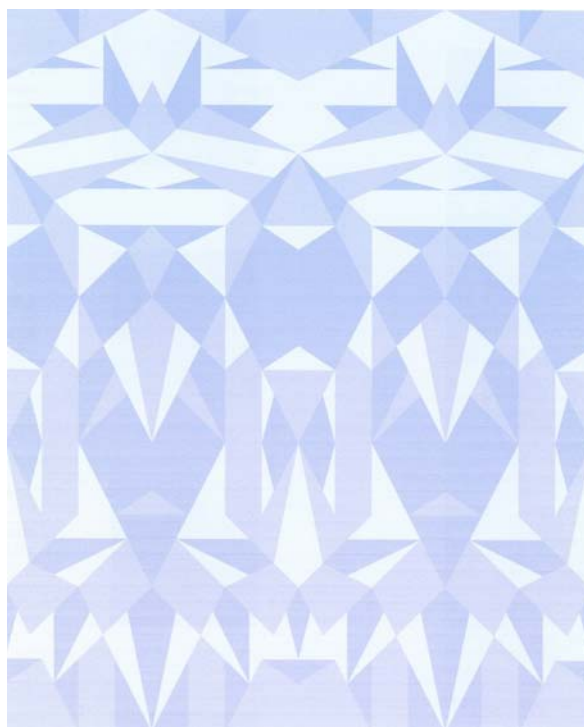


Figura12: Recubrimiento del plano

4. CONCLUSIONES

La experiencia de proponer desde el Departamento de Matemáticas la posibilidad de cursar una asignatura que maneje conceptos significativos dentro de la Geometría tratados de una manera en la que no sea necesario haber estudiado de forma rigurosa esos conceptos; accesible, incluso, a estudiantes que no han cursado materias de ese tipo porque sencillamente no las contemplan sus planes de estudio; ha dado la posibilidad de que alumnos de distinta procedencia conozcan su relación con la arquitectura y el diseño en general. Al mismo tiempo

que se llevaba a cabo el trabajo individual, las clases teóricas les ponían en relación con conocimientos a los que no habían tenido acceso por distintas circunstancias. Por otra parte, a los alumnos de Arquitectura les da la posibilidad de manejar conceptos matemáticos cursados con anterioridad enfocados de forma distinta.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ¹ REVEL NETZ es profesor de Ciencia Antigua en la Universidad de Stanford.
- ²LOWDEN, J. Archímedes into Icon: forging an image of Byzantium. Shepard, J. Icon and word: the power of images in Byzantium. Studies presented to Robin Cormack.
- ³OMONT, H.A. Miniatures des plus anciens manuscrits grecs de la Bibliothèque Nationale du VI au XIV siècle.
- ⁴ Liber XVII Cento Nuptalis. Ausonius 310-395 a.C. Traducido por Hugh G. Evelyn en 1919 en Londres.
- ⁵ NETZ, R. y NOEL, W. (2007). El Código de Arquímedes. La verdadera historia del manuscrito que podría haber cambiado el rumbo de la Ciencia. 2007. Reino Unido. Weidenfeld & Nicolson P. 284.
- ⁶ NETZ, R. y NOEL, W. El Código de Arquímedes. P. 286.
- ⁷ El premio se llamó Premio Stomachion Marasco. Se promovió desde el Museo de Arte Walters de Baltimore.
- ⁸NETZ, R. y NOEL, W.

El Código de Arquímedes. Pp. 285-286.
- ⁹FRANCELIN, B. M. Estudiante Erasmus. Exp: e9133. Curso 2009-2010.

¹⁰ CRUZ MONTES, W. E. Estudiante Erasmus. Alumno de Ingeniería Civil. Exp. e9575. Curso 2009-2010.

¹¹ MARTÍN PUYA, B. Es estudiante de la ETSAM. Exp 4250. Curso 2009-2010.